УДК 519.81

І.Я. СПІВАК, Р.П. ШЕВЧУК, Т.В. ГОНЧАР
Тернопільський національний економічний університет

ІНТЕРВАЛЬНА МОДЕЛЬ АНАЛІЗУ ЕФЕКТИВНОСТІ ІНВЕСТИЦІЙ

В результаті проведеного дослідження запропоновано модель розв'язку інтервальних задач аналізу інвестиційних проектів. Проведено аналіз використання апарату нечітких інтервальних обчислень для рішенні задач фінансового бюджетування в умовах невизначеності.

As a result, the study proposed a model solution of problems of interval analysis of investment projects. The analysis using the apparatus of fuzzy interval computation for problem solving financial budgeting under uncertain

Ключові слова: інвестиції, динаміка, моделювання, інтервальна модель, прогнозування, допустимі межі.

Вступ

Одним з аспектів діяльності будь-якої будівельної організації, керівництво якої віддає перевагу рентабельності в довготерміновій перспективі, є інвестування. В умовах ринкової економіки, коли можливостей для інвестування досить багато, а вільні фінансові ресурси організації обмежені, керівникам необхідно планувати рух фінансових коштів. Процес управління фінансами фірми спирається на інвестиційну політику і управління джерелами засобів. Інвестиційна діяльність характеризується іммобілізацією фінансових ресурсів компанії та здійснюється в умовах ризику і невизначеності, міра якої може значно варіюватися.

В основі процесу ухвалення управлінських рішень з інвестування лежить оцінка і порівняння об'єму передбачуваних інвестицій, їх вартості і майбутніх прогнозованих прибутків, приведених до одного моменту часу. Переважна частина компаній має справу не з окремими проектами, а з портфелем інвестицій. Відбір і реалізація проектів з цього портфеля здійснюється в рамках складання бюджету капіталовкладень в умовах динамічного ризику.

Бюджетування інвестиційного проекту базується на аналізі деяких фінансових параметрів. У випадку реальних інвестицій розробляється система кошторисів, реалізація яких займає тривалий час (більше двох років). У таких випадках опис невизначеності за допомогою відомих ймовірнісних моделей неможливий через відсутності достовірної вірогідності майбутніх подій. Тому доцільно використовувати інтервальні та нечіткі методи аналізу. Мета даної роботи полягає в дослідженні моделей інтервальної оцінки фінансових параметрів проекту – чистої приведенной вартості *NPV*, внутрішньої норми прибутковості *IRR*, а також кількісної оцінки інвестиційного ризику.

Постановка задачі

Як правило, для оцінки інвестиційних проектів використовуються наступні показники: *NPV* (чиста приведена вартість), *IRR* (внутрішня норма прибутковості), *PB* (період окупності) і *PI* (індекс рентабельності). На практиці ці параметри мають різну значимість, але, на думку багатьох дослідників, найбільш важливими є *NPV* і *IRR*.

Чиста приведена вартість розраховується за формулою

$$NVP = \sum_{t=t_n}^{T} \frac{P_t}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^{t_c} \frac{KV_t}{(1+d)^t}, \qquad (1)$$

де d – ставка дисконтування; t_n – рік початку проекту; t_c – рік закінчення інвестування; KV_t – капітальні вкладення в році t; P_t – прибуток в році t; T – тривалість інвестиційного проекту в роках.

Зазвичай ставка дисконтування рівна середній банківській ставці за вкладами в країні інвестора або іншому значенню прибутковості альтернативних капітальних вкладень в інші проекти.

Економічну природу внутрішньої норми прибутковості можна пояснити наступним чином: альтернативою інвестицій в аналізований проект є депозитний банківський вклад під певний. Передбачається, що усі прибутки, що отримуються в період реалізації проекту, також поповнюватимуть депозит з тією ж процентною ставкою. Якщо ставка дисконтування рівна *IRR*, то інвестування в проект дає ту ж прибутковість, що і депозитний банківський вклад. Якщо дійсна банківська дисконтна ставка менше *IRR*, то інвестування прийнятніше. Таким чином, *IRR* – дисконтна ставка, яка відбирає ефективні і неефективні інвестиційні проекти, при якій сума вхідних грошових потоків дорівнює сумі вихідних. Значення *IRR* – це рішення нелінійного рівняння відносно d виду

$$\sum_{t=t_n}^{T} \frac{P_t}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^{t_c} \frac{KV_t}{(1+d)^t} = 0. \qquad (2)$$

Оцінка *IRR* часто використовується на першому кроці фінансового аналізу. Але для подальшого розгляду вибираються тільки проекти зі значенням *IRR*, яке лежить вище прийнятного порогового значення (зазвичай 15-20 %).

Сьогодні традиційні підходи до оцінки *NPV*, *IRR* та інших фінансових параметрів піддаються досить суворій критиці, оскільки майбутні доходи P_t, капітальні вкладення KV_t і ставка d є параметрами, які не можуть бути адекватно описані в імовірнісних термінах. Реально інвестори можуть достовірно передбачити тільки можливі інтервальні значення P_t, KV_t і d, а також найбільш ймовірні значення усередині інтервалів.

Розглянемо приклад однорічного проекту, в якому інвестиції поступають на початку року, а дохід отримується у кінці року, після завершення будівництва та передачі його замовнику. В цьому випадку рівняння (2) матиме вид

$$\frac{P_1}{(1+d)} - KV_0 = 0, \tag{3}$$

де KV_0 – звичайне число, оскільки сума інвестицій зазвичай є визначена, P_1 – нечіткий інтервал. Зазначимо, що P_1 є чітким інтервалом. Звідси рішення задачі має вид

$$IRR = \frac{P_1}{KV_0} - 1. \tag{4}$$

Чисельний метод розв'язку інтервальних задач аналізу інвестиційних проектів

Розглянемо різні інтервальні розширення початкової задачі (3).

Пряме інтервальне розширення (3) є очевидним і має вид

$$\frac{[P_{11}, P_{12}]}{(1+[d_1, d_2])} - KV_0 = [0,0]. \tag{5}$$

З рівняння (5) отримуємо рівняння для знаходження меж інтервалу *NPV*:

$$\begin{aligned} &\frac{P_{11}}{(1+d_2)} - KV_0 = 0, \\ &\frac{P_{12}}{(1+d_1)} - KV_0 = 0, \end{aligned} \tag{6}$$

де

$$d_1 = \frac{P_{12}}{KV_0} - 1, \ d_2 = \frac{P_{11}}{KV_0} - 1.$$

Таким чином, в даному випадку підстановка виродженого нульового інтервалу в праву частину (5) еквівалентна вимозі скорочення невизначеності лівої частини рівняння до нуля.

У загальному випадку інтервального розширення вихідного рівняння (2) матимемо:

$$\sum_{t=t_n}^{T} \frac{[P_t]}{(1+[d])^t} - \sum_{t=0}^{t_c} \frac{[KV_t]}{(1+[d])^t} = [0,0], \tag{7}$$

де $[P_t]$ і $[KV_t]$ – чіткі інтервали.

Отже, згідно допущення про те, що в правій частині (7) повинен стояти вироджений нульовий інтервал не дозволяє отримати адекватні результати.

Існує різниця в інтервальних значеннях потоків, що входять і виходять в рівняння (2). Оскільки *IRR* – ставка дисконтування, при якій *NPV*=0, то в інтервальному випадку різниця між інтервальними значеннями дисконтованих потоків, що входять і виходять, має бути рівна різниці між однаковими інтервалами. Відповідно до основних положень інтервальної арифметики це означає, що результати мають бути симетричними, тобто невиродженими. Тоді рівняння (3) може бути представлене в наступному виді:

$$\frac{[P_1, P_2]}{1+[d_1, d_2]} - KV_0 = [-y, y]. \tag{8}$$

У правій частині рівняння (8) стоїть симетричний інтервал [-*y*, *y*], який містить 0, де *y* – деяке позитивне число, що характеризує невизначеність ставок дисконту в лівій частині рівняння.

Перетворимо ліву частину (8) у відповідності з правилами інтервальної арифметики

$$\left[\frac{P_1}{1+d_2} - KV_0, \frac{P_2}{1+d_1} - KV_0\right] = [-y, y]. \tag{9}$$

Рівняння (9) еквівалентне рівності двох інтервалів, де ліві і праві межі цих інтервалів мають бути рівні, а саме

$$\begin{cases} \dfrac{P_1}{1+d_2} - KV_0 = -y, \\ \dfrac{P_2}{1+d_1} - KV_0 = y. \end{cases} \tag{10}$$

Система (10) містить 3 невідомих. Сумуючи ліві та праві частини, отримаємо рівняння, що зв'язує ліву d_1 і праву d_2 границі інтервалу *IRR*:

$$d_2 = \frac{P_1}{2KV_0 - \dfrac{P_2}{1+d_1}} - 1. \tag{11}$$

Оскільки алгебраїчний еквівалент (3) – рівняння

$$P_1 - KV_0(1+d) = 0, \tag{12}$$

то, аналогічно, рівняння (10) можна розглядати у наступному виді

$$[P_1, P_2] - KV_0(1+[d_1, d_2]) = [-y, y], \tag{13}$$

розв'язуючи яке отримаємо

$$d_2 = \frac{P_1 + P_2}{KV_0} - 2 - d_1. \tag{14}$$

Аналізуючи рівняння (9) і (13), легко помітити, що при $d_1 \leq d_2$ мінімальні значення y, тобто мінімальна невизначеність лівих частин інтервальних рівнянь досягається, коли

$$d_1 = d_2 = \frac{P_1 + P_2}{2 - KV_0} - 1. \tag{15}$$

Заміщення невиродженого інтервалу на вироджений знижує загальну невизначеність отриманого результату. Таким чином, рівняння (15) визначає верхню межу можливих значень d_1 і d_2 для даного випадку, рівняння (11) і (14) можуть бути використані для отримання обмеженого нечіткого інтервалу з умовою:

$$0 \leq d_1 \leq d_2, \tag{16}$$

яка відображає вимоги для інтервалу *IRR*= [d_1, d_2] і позитивність значення ставки дисконту.

Зрозуміло, що коли d_1=0, то d_2 набуває максимального значення, і інтервал [d_1, d_2] має максимальну ширину, а міра невизначеності приймає максимальне значення y=y_{max}. Коли d зростає від 0 до максимального значення рівняння (15), ширина інтервалу [d_1, d_2] прагне до 0, і одночасно y падає до деякого мінімального значення y_{min}. Тому значення $\mu(y) = \dfrac{y}{y_{max} - y_{min}}$ функції, розраховане для інтервалу [d_1, d_2], відображає міру його невизначеності. Відповідно $\mu(y)$ можна розглядати як функцію приналежності для деякого нечіткого інтервального вирішення задачі.

Результат розв'язку задачі з використанням альтернативних варіантів інтервальних розширень (9) і (13) для різних інвестиційних проектів представлений на рисунку: рис. 1 показують, що значення IRR, знайдені як рішення рівняння (13), мають форму нечітких кінцевих інтервалів з лінійними сторонами, тоді як рішення рівняння (9) може містити нескінченні інтервали. Разом з цим, використання рівняння (13) забезпечує отримання близьких нечітких інтервальних результатів. Усе вищесказане означає, що доцільніше використовувати нечітке інтервальне розширення у вигляді рівняння (13).

Отримані інтервальні розв'язки можуть використовуватися для аналізу інвестиційного ризику, або для подальшого аналізу інвестиційного проекту.

Розглянемо метод розв'язку нелінійних задач розрахунку нечіткого інтервального значення *IRR*. Перепишемо рівняння (2) в наступному виді

$$\sum_{t}^{T} P_t(1+d)^{T-t} - KV_0(1+d)^T = 0. \tag{17}$$

Інтервал, еквівалентний рівнянню (17), має вид

$$\sum_{t=1}^{T} [PL_t, PP_t][1+d_1, 1+d_2]^{T-t} - KV_0[1+d_1, 1+d_2]^T = [-y, y], \tag{18}$$

де PL_t, PP_t – значення лівої і правої меж інтервалів, що описують вхідні потоки в році t.

Перетворюючи (18) у відповідності з правилами інтервального аналізу, отримаємо

$$\left[\sum_{t=1}^{T} PL_t(1+d_1)^{T-t} - KV_0(1+d_2)^T, \sum_{t=1}^{T} PP_t(1+d_2)^{T-t} - KV_0(1+d_1)^T = [-y, y]\right] \tag{19}$$

Рівняння (19) задає еквівалентність двох інтервалів, що означає рівність їх лівих і правих меж.

Система двох рівнянь (19) має три невідомі. Сумуючи ліву і праву частини рівнянь, отримаємо:

$$\sum_{t=1}^{T} PL_t(1+d_1)^{T-t} - KV_0(1+d_2)^T + \sum_{t=1}^{T} PP_t(1+d_2)^{T-t} - KV_o(1+d_1)^T = 0 \tag{20}$$

Оскільки під *IRR* розуміють значення ставки дисконтування, при якій *NPV* проекту рівний нулю: *IRR* = [d_1,d_2] при якому *NPV = 0*; то для вирішення даного рівняння будується графік *NPV = f (d)* і знаходиться перетин функції з віссю абсцис (рис. 2).

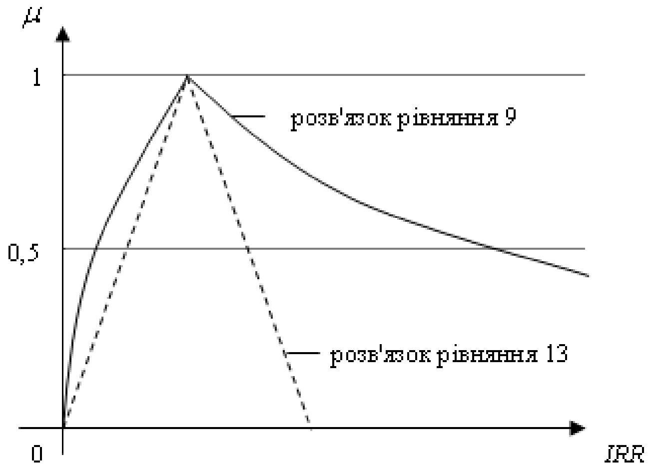

Рис. 1. Нечіткі інтервали IRR

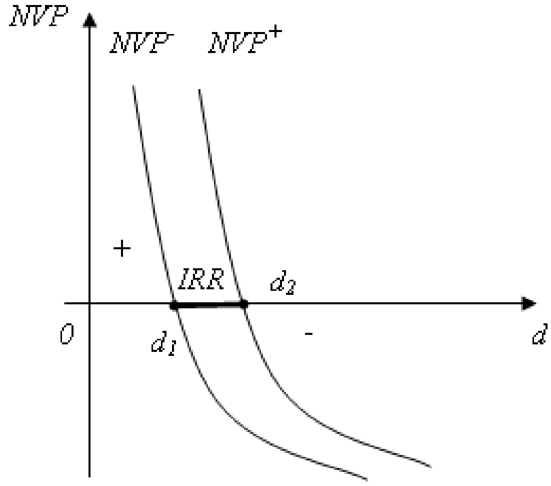

Рис. 2 Графічний спосіб визначення IRR

Для знаходження розв'язку задачі доцільно використати інтервальний метод Ньютона. Нехай d^* – корінь рівняння (20), тоді інтервальний метод Ньютона матиме вид:

$$mid\, d^{t+1} = (mid\, d^t - NPV(mid\, d^t\,) / NPV'(mid\, d^t\,), \tag{21}$$

де $mid\, d$ – середина (півсума) інтервалу.

Послідовність $\{d^t\}$, розраховується за формулою (21) і має наступні властивості:

$$d^0 \supset d^1 \supset d^2 ...,$$

$$\lim_{t\to\infty} d^t = d^*,\, d^* \in d^t, \forall t.$$

Таким чином, можна запропонувати наступний алгоритм інтервального аналізу інвестиційного проекту:

Крок 1. Отримання експертних прогнозів про грошові потоки.

Крок 2. Перетворення отриманих даних в інтервальну форму.

Крок 3. Вибір ширини інтервалу наближення для балансового рівняння грошових потоків.

Крок 4. Перехід до математичного представлення балансового рівняння.

Крок 5. Обчислення інтервальних значень спостережень *IRR*.

Крок 6. Вибір оптимального рішення на підставі компромісу між допустимими ризиками і прогнозованим доходом.

Висновки

В даній роботі запропонована модель рішення актуальної задачі фінансового бюджетування в умовах невизначеності, заснована на інтервальній параметризації початкових даних. Проведено аналіз застосування апарату нечітких інтервальних обчислень, який показав, що зведення нечіткого інтервальної задачі до множини інтервальних задач дозволяє отримати достовірне рішення. Запропоновано алгоритм розв'язку інтервальних задач, який дозволяє отримувати можливі межі шуканих рішень.

Література

1. Babusiaux D., Pierru A. Capital budgeting, project valuation and financing mix: Methodological proposals. Europian Journal of Operational Research. – 2001. – № 135. pp. 326-337.

Надійшла до редакції
15.11.2010 р.