УДК 330.4 : 519.86

Алілуйко А. М.,
к. ф.-м. н., доцент кафедри
економіко-математичних методів
Тернопільський національний економічний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ КОНКУРЕНТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ НА РИНКУ ПОСЛУГ МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ

Постановка проблеми. Сучасне конкурентне економічне середовище характеризується значною нелінійністю і нерівноважністю, складною структурою зв'язків та зовнішніх впливів. Аналіз особливостей конкурентної взаємодії можна здійснювати на основі побудованих простих і одночасно адекватних математичних моделей. Серед них найбільш простою є модель конкурентної взаємодії Лоткі-Вольтерра, яка описує конкуренцію як динамічний процес [1].

Така модель, незважаючи на численну кількість недоліків (не враховуються інфляція, стохастичні збурення, мінливість основних параметрів системи), дозволяє досить просто описати базовий механізм конкуренції із збереженням внутрішніх взаємозв'язків.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В останні роки у працях як зарубіжних, так і вітчизняних вчених (Балацький Є.В., Вельфенсон П. Джесински П., Єкімова Н.А., Жулего В.Г., Козик В.В., Коляда Ю.В., Михайловська О.В., Прасолов О.В., Соколов Ю.М.) з'явились цікаві теоретичні узагальнення щодо використання моделі Лоткі-Вольтерра при моделюванні та прогнозуванні економічних ринків, а також прикладні методи їх дослідження. При цьому просування вперед відбувається, в основному, за рахунок використання математичного інструментарію [1; 7-10]. Даний клас моделей застосовувався для аналізу дуополько-дуопсонієвої конкуренції [4; 5], вивченні розподілу ринку праці між державним і приватним секторами у галузі освіти [2], прогнозуванні телекомунікаційного ринку [3; 9].

У більшості публікацій розглядаються модельні ситуації, які будуються на основі підбору числових значень параметрів системи диференціальних рівнянь. Вказати вірні значення цих параметрів часто буває непросто, а інколи взагалі неможливо. Конкуренти, як правило, приховують статистичну інформацію один від одного. Якщо ж оцінити невідомі параметри динамічної моделі за економічними показниками конкуруючих агентів протягом деякого періоду часу, то можна отримати досить реалістичну динамічну модель ринкової конкуренції. Такі спроби знаходження невідомих параметрів динамічних систем розглядалися, наприклад, у роботах [2; 6] для аналізу конкуренції на ринку освітніх та інформаційних послуг.

Однак, застосування різноманітних методів оцінки невідомих параметрів системи диференціальних нелінійних рівнянь при моделюванні та прогнозуванні процесів конкуренції в різних галузях економіки є недостатньо вивченим. Це свідчить про актуальність теми, а відтак, зумовило вибір напрямку дослідження у науковому та практичному аспектах.

Постановка завдання. Метою даного дослідження є перевірка можливості застосування методів оцінки невідомих параметрів нелінійних диференціальних систем для дослідження конкурентної взаємодії операторів мобільного зв'язку.

Виклад основного матеріалу дослідження. Вивчення динаміки поведінки економічних систем можна здійснити на основі конкурентної моделі Лоткі-Вольтерра [7]:

$$\frac{dx_i}{dt} = a_i x_i - a_{ii} x_i^2 - \sum_{j \neq i,\, j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j, \quad i = \overline{1,n}, \tag{1}$$

де x_i – обсяг доходів від послуг або обсяг послуг в натуральних одиницях i-го підприємства; a_i – коефіцієнт монопольності або коефіцієнт, який описує витрати на підтримку підприємства та просування послуг. Фактично коефіцієнт a_i характеризує темп росту доходів (або наданих послуг в натуральному виразі) підприємства. Чим кращий стан підприємства, тим більше значення a_i; a_{ii} – коефіцієнт доступності ресурсів; $a_{ii}x_i^2$ – зниження швидкості росту доходів (або обсягу надання послуг), який пов'язаний з вичерпністю ресурсів (трудових, природних, інформаційних та ін.); a_{ij} – коефіцієнт конкуренції між i-м та j-м підприємствами; $a_{ij}x_ix_j$, $(i \neq j)$ – зниження швидкості росту доходів (або надання послуг).

Щодо системи (1), потрібно знайти значення її параметрів. Це дозволяє обчислити будь-яку характеристику підприємства у довільний момент часу.

Для знаходження параметрів моделі (1) можна намітити кілька підходів:

1. З теорії динамічних систем система диференціальних рівнянь (1) має дві стаціонарні точки, одна з яких є нестійким вузлом з координатами, рівними нулю. Координати іншої стійкої точки можна знайти з системи лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$a_{ii}x_i + \sum_{j\neq i,\, j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j = a_i,\ i=\overline{1,n}. \tag{2}$$

Система (2) отримана з системи рівнянь (1) при $\frac{dx_i}{dt}=0$. Ця точка визначається точкою перетину n гіперплощин в фазовому просторі.

Задача знаходження параметрів моделі (1) буде розв'язана, якщо за динамікою реальних даних – часових статистичних рядів економічних показників вдасться знайти коефіцієнти системи (2).

2. Для параметризації моделі (1) можна побудувати нелінійну багатофакторну економетричну модель:

$$\Delta x_i = a_ix_i - a_{ii}x_i^2 - \sum_{j\neq i,\, j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j + u_i, \qquad \Delta x_i = x_i(t+1) - x_i(t),\ i=\overline{1,n}, \tag{3}$$

де u_i – збурення. Для цього за конкретною статистичною вибіркою $\{(x_i(t), y_i(t), t), i=\overline{1,k}\}$ обсягом k потрібно знайти такі значення оцінок невідомих параметрів a_i, a_{ii}, a_{ij}, для яких побудована економетрична модель найкраще б описувала динамічні зміни. Для цього будується функціонал методу найменших квадратів

$$F(\alpha_i,\alpha_{ii},\alpha_{ij}) = \sum_{i=1}^{k}\left(\Delta x_i - \Delta\hat{x}_i\right)^2,\ i=\overline{1,n} \tag{4}$$

де $\Delta\hat{x}_i$ – значення нелінійного рівняння регресії (3) з коефіцієнтами $\alpha_i,\alpha_{ii},\alpha_{ij}$ при x_i та y_i. Значення цих коефіцієнтів при яких досягається мінімум функціонала (4) приймаються в якості оцінок для a_i,a_{ii},a_{ij}. Модель (3) буде точніше описувати динамічні зміни у випадку обчислення приростів Δx_i при досить малих проміжках часу Δt_i.

Розв'язати задачу безумовної (або умовної) мінімізації досить просто в програмі MS Excel з використанням команди *Solver (Поиск решения)*.

3. Знаходження оцінок параметрів динамічних систем можна здійснювати опираючись на різноманітні алгоритми чисельних методів. До таких методів відносяться метод повної дискретизації, метод пострілів [10] та ін. Ці методи реалізовані в багатьох прикладних програмах. Так, у пакеті прикладних програм Tomlab PROPT на основі математичної системи Matlab використовується псевдоспектральний метод коллокації (з точками Гаусса або Чебишева) для розв'язання задач оптимального керування та оцінки невідомих параметрів динамічних систем.

Цей метод дозволяє мінімізувати функціонал

$$J = \sum_{t=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} \left(x_{i,t} - \tilde{x}_{i,t} \right)^2 ,$$

де $x_{i,t} = x_i(t)$ – відомі статистичні дані динамічних рядів для i-го підприємства в момент часу t, а $\tilde{x}_{i,t}$ – відповідні значення в цей же момент часу, отримані в результаті проведених ітераційних процедур.

Дослідимо систему (1) на прикладі найбільших операторів мобільного зв'язку України. Для цього були зібрані дані про кількість користувачів за період з 31.03.2003р. по 30.09.2012р. Для вивчення вибрано три компанії з ринковою часткою більш, ніж 5% («Київстар», «МТС» і «Астеліт» (бренд life:)). Ринкові частки всіх інших компанії можна об'єднати і розглядати їх в ролі четвертого гравця ринку. Оскільки їх сумарна частка незначна і протягом досліджуваного періоду майже не змінюється, то для спрощення розрахунків умовного четвертого гравця включати в модель не будемо.

Розв'яжемо задачу оцінки невідомих параметрів шляхом побудови економетричної моделі (3) для операторів мобільного зв'язку «Київстар», «МТС» і «Life». Використавши функцію *Solver* в програмі MS Excel, отримали систему рівнянь:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = 0.3069\ x_1 - 0.0092\ x_1^2 - 0.002\ x_1 x_2 - 0.0049\ x_1 x_3, \\ \Delta x_2 = 0.305\ x_2 - 0.0128\ x_2^2 - 0.0003\ x_2 x_1 - 0.0067\ x_2 x_3, \\ \Delta x_3 = 0.6623\ x_3 - 0.0203\ x_3^2 - 0.0195\ x_3 x_1. \end{cases} \quad (5)$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять $R_1^2 = 0.794$, $R_2^2 = 0.907$, $R_3^2 = 0.179$. Змодельовані дані про кількість користувачів трьох операторів подано на (рис. 1). Коефіцієнт детермінації для третього рівняння має мале значення, що піддає сумніву правомірність використання побудованої моделі. З рис. 1 видно, що третє рівняння системи (5) не досить добре описує динаміку кількості абонентів оператора «Life».

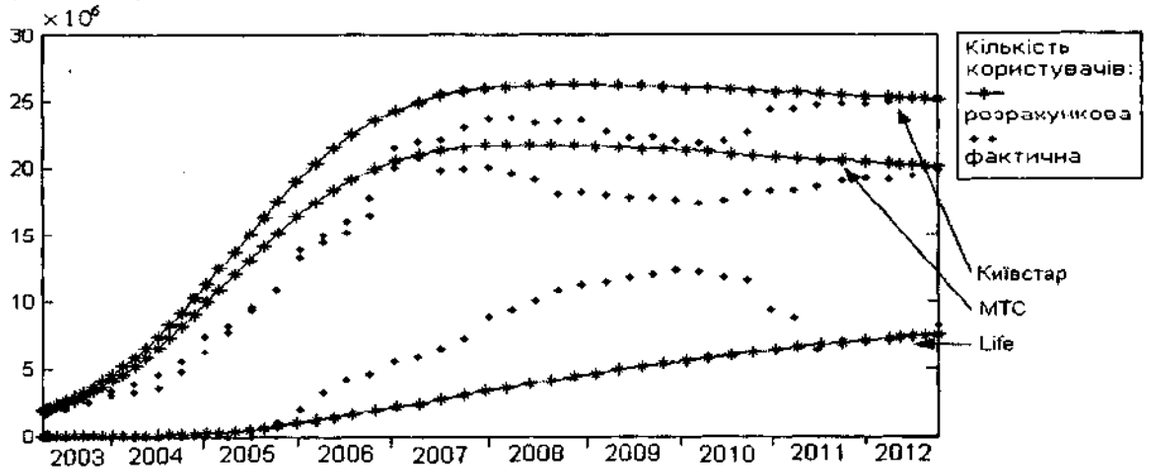

Рис. 1. Фактичні та розрахункові значення кількості абонентів операторів мобільного зв'язку «Київстар», «МТС» і «Life», березень 2003р.–вересень 2012р.

Джерело: власна розробка

Оцінимо параметри моделі (1) методом повної дискретизації з використанням програми Tomlab PROPT. Після оцінки отримали наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0.3324\ x_1 - 0.0063\ x_1^2 - 0.0074\ x_1 x_2 - 0.0041\ x_1 x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} = 0.2311\ x_2 - 0.007\ x_2^2 - 0.0103\ x_2 x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = 1.4559\ x_3 - 0.0107\ x_3^2 - 0.0581\ x_3 x_1. \end{cases} \quad (6)$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять $R_1^2 = 0.987$, $R_2^2 = 0.997$, $R_3^2 = 0.959$.

Аналіз системи (6) показує, що оператори «Київстар» та «МТС» ($a_1 = 0.3324$, $a_2 = 0.2311$) характеризуються значно меншим темпом росту, ніж оператор «Life» ($a_3 = 1.4559$). Саме високі темпи росту оператора «Life» дозволило зайняти свою нішу на ринку послуг мобільного зв'язку, навіть при тому, що він вийшов на цей ринок лише в 2006 році. Частка користувачів оператора «Life» низька лише тому, що він піддається сильному впливу конкуруючого оператора «Київстар» ($a_{31} = 0.0581$). Проведені розрахунки дають координати точки рівноваги системи: $x_1 = 23.44$ млн. чол.; $x_2 = 20.09$ млн. чол.; $x_3 = 8.77$ млн. чол. Використавши методи теорії динамічних систем встановлено, що отримана особлива точка є точкою нестійкої рівноваги. Це підтверджує факт жорсткої конкуренції між операторами. Система навіть перебуваючи в стані рівноваги не зможе надалі залишатися в стані спокою. Вона постійно буде прагнути до коливних процесів, що описує перехід користувачів від одного оператора до іншого. Такі процеси помітні вже з 2007 року, оскільки, за даними інформаційно-аналітичного агентства IKS-Consulting, рівень номінального проникнення мобільного зв'язку в 2006 році склав 105% (реальний рівень 63%), що є близьким до стану насичення. На кінець 2012 року номінальний рівень склав 120%. З 2007 року основним джерелом нових абонентів є перетікання їх від інших операторів. Змодельовані дані про кількість користувачів трьох операторів подано на рис. 2.

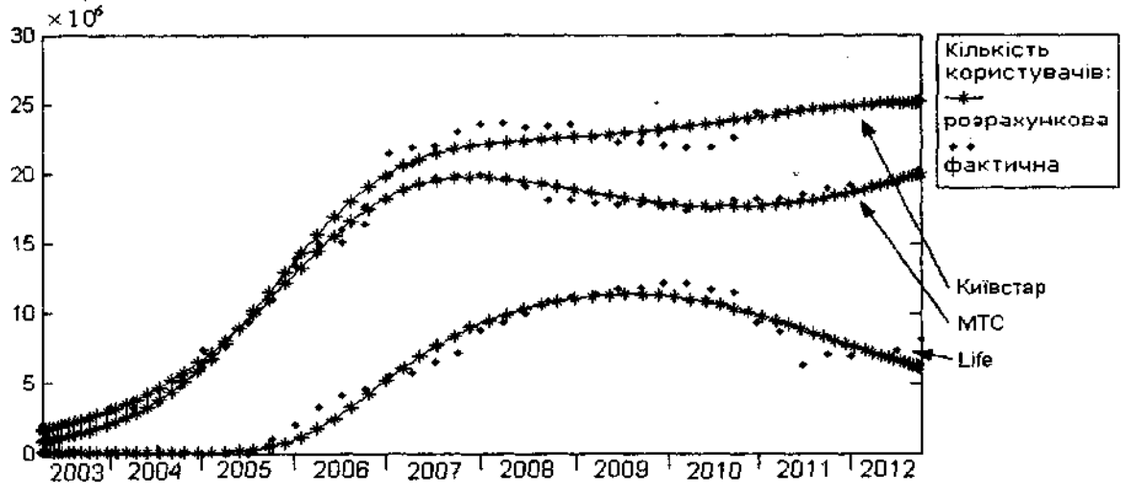

Рис. 2. Фактичні та розрахункові значення кількості абонентів операторів мобільного зв'язку Київстар, МТС і Life, березень 2003р.–вересень 2012р.

Джерело: власна розробка

З рис. 2. видно, що система з сталими коефіцієнтами досить добре описує динаміку користувачів мобільного зв'язку протягом досліджуваного періоду. Але поява нових послуг та пропозицій від операторів може змінити частки користувачів в довготерміновій перспективі. Так поглинання в 2010 році оператором «Київстар» оператора «УРС» (бренд «Beeline», 4.35% – ринкова частка на 30.09.2010р.) дозволило збільшити свою частку на ринку до 45% і закріпити свої лідируючі позиції. З цього моменту частка користувачів оператора «Life» почала стрімко падати.

Для неперервних динамічних систем характерним є зміна параметрів з часом, що може призвести до зміни положень рівноваги. Для коректування моделі (1) врахуємо можливий лінійний або нелінійний характер коефіцієнтів a_i, a_{ii}, a_{ij} [1, с.137; 8]. Розглянемо коефіцієнти конкуренції як функції від ринкової частки підприємств:

$$a_{ij} = \frac{b_i x_j}{1 + c_i x_j},$$

де b_i, c_i – невід'ємні параметри, які підлягають оцінці.

Вибір такої нелінійної функції зумовлений тим, що збільшення кількості користувачів вимагає від оператора виділяти більше ресурсів. Але, оскільки ресурси обмежені, то їх обсяг через деякий час досягне деякого максимального значення (рис. 3).

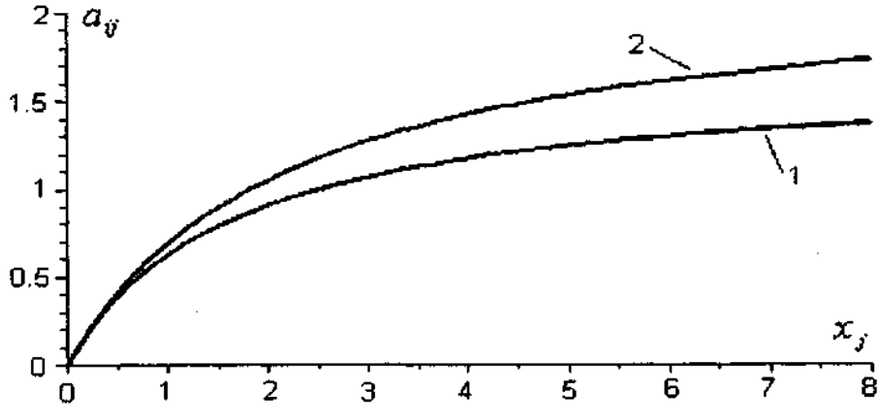

Рис. 3. Графіки залежності коефіцієнта конкуренції α_{ij} від кількості користувачів x_j:

(1) – $b_i = 1,\ c_i = 0.6$; (2) – $b_i = 1,\ c_i = 0.45$

Джерело: власна розробка

Після оцінки параметрів з використанням програми Tomlab PROPT отримали систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = 0.2837\ x_1 - 0.006\ x_1^2 - 0.0003\ x_2 x_1 x_2 - \dfrac{0.0009\ x_3}{1 + 0.1619\ x_3} x_1 x_3, \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 0.2574\ x_2 - 0.0104\ x_2^2 - 0.0006\ x_3 x_2 x_3, \\ \dfrac{dx_3}{dt} = 0.8234\ x_3 - 0.0155\ x_3^2 - 0.0012\ x_1 x_3 x_1. \end{cases}$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять $R_1^2 = 0.989$, $R_2^2 = 0.997$, $R_3^2 = 0.964$, які є вищими у порівнянні з коефіцієнтами детермінації моделі (6). Введення змінних коефіцієнтів конкуренції дозволяє краще описати динаміку реальних даних. Графіки перехідних процесів кількості користувачів візуально співпадають з графіками наведеними на рис. 3. Розрахунки дають координати точки рівноваги: $x_1 = 23.59$ млн. чол.; $x_2 = 18.94$ млн. чол.; $x_3 = 10.03$ млн. чол. Вона є точкою нестійкої рівноваги.

Висновки з даного дослідження. У статті розглянуто динамічну модель, яка адекватно описує конкурентну взаємодію операторів мобільного зв'язку. Вірно знайдені параметри моделі дозволяють використовувати її разом з іншими методами для виявлення суттєвих закономірностей конкуренції, моделювання взаємодії на ринку через параметри.

Кожен економіст-аналітик може вносити свої корективи при побудові моделі і використовувати її як новий інструмент для аналізу і прогнозування конкуренції.

Література

1. Братусь А.С. Динамические системы и модели биологии / А.С. Братусь, А. С. Новожилов, А. П. Платонов. – М. : Физматлит, 2010. – 400 с.

2. Екимова Н.А. Прогнозирование секторальной структуры сферы научных исследований и разработок // Альманах: Наука. Инновации. Образование ; вып. 2 : статті / Н. А. Екимова. – М. : Языки славянской культуры, 2007. – С. 323-332.

3. Жулего В.Г. Прогнозирование телекоммуникационного рынка на основе динамической модели конкуренции / В. Г. Жулего // Экономические стратегии. – 2007. – Т. 9, № 5-6. – С. 112-120.

4. Застосування моделі Лоткі-Вольтерра для опису дуопольно-дуопсонієвої конкуренції / В.В. Козик, Ю.І. Сидоров, І.Б. Скворцов, О.Б. Тарасовська // Актуальні проблеми економіки. – 2010. – № 2 (104). – С. 252-260.

5. Коляда Ю.В. Моделювання дуопольно-дуопсонієвої конкуренції з долученням режиму насичення / Ю.В. Коляда // Актуальні проблеми економіки. – 2011. – № 5 (119). – С. 293-299.