Ткач Є.І., к.е.н., доцент ТАНГ

КОРОТКОТЕРМІНОВЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОПИТУ МЕТОДОМ ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОГО ЗГЛАДЖУВАННЯ

Методи короткотермінового статистичного прогнозування застосовуються в тих випадках, коли частота даних за досліджуваний період не більша року /тиждень, декада, місяць, квартал/, прогноз дається для конкретного об'єкта і послідовно на кожний наступний момент часу або для великого числа об'єктів.

Якщо прогноз складається для конкретного товару, то завданням прогнозування також є аналіз попиту з метою вироблення політики в області управління запасами і виробництвом відповідного товару, а також аналіз реалізації для впорядкування торгових потоків і торгових операцій.

З метою оперативності статистичні прогнозні методи і моделі, які використовуються на практиці, повинні бути легкими і гнучкими в застосуванні для широкого кола об'єктів, достатньо науково обгрунтованими і реалізованими у вигляді програм ПЕОМ.

Методи короткотермінового прогнозування попиту, основані на ідеї експоненціального згладжування задовольняють всі висунені вище вимоги.

Перевага методів експоненціального згладжування над традиційними підтверджуються тим, що на сучасному етапі прогнозування ці методи входять *в систему математичного забезпечення ПЕОМ більшості промислових підприємств і торгівлі.*

Методами експоненціального згладжування здійснюють прогнозування стаціонарних і нестаціонарних показників попиту.

Під стаціонарними розуміють такий показник попиту, індивідуальні значення якого, змінюючись в часі, не змінюють свого середнього рівня на досить тривалому відтінку часу. Типовою картиною для стаціонарного показника є та, що окремі значення попиту на деякий товар коливаються вверх і вниз, тоді як середнє значення цього показника досить стійке.

Оскільки такі прогнози базуються на інформації про поведінку об'єкта в минулому, вони завжди будуть мати помилку. Тому більшість прогнозних схем 1 алгоритмів грунтується на ідеї мінімізації таких помилок, причому як додатних, так і від'ємних /прогнозоване значення може бути меншим або більшим реального значення показника/.

При нормальному розподілі помилок прогнозу, мірою їх розкидання або розсівання навколо середньої служить стандартне відхилення σ, яке потрібно врахувати в прогнозних моделях.

Отже, кожний прогноз характеризується двома основними показниками: а/значенням прогнозованого показника; б/стандартним відхиленням прогнозу.

В короткотермінових системах прогнозування підсумкове значення показника розглядається як одне спостереження, тобто попит за день, обсяг реалізації за тиждень, виробництво за місяць і т.д. Збільшуючи тривалість періоду спостереження, ми збільшимо обсяг вибірки і таким чином зменшимо вплив окремих коливань прогнозованого показника за період, а значить, отримаємо можливість побудови такого прогнозу. В той же час із збільшення тривалості періоду, зменшується і швидкість пристосування методу прогнозування до фактичних коливань в даних. Баланс між цими двома ефектами досягається підбором потрібного інтервалу спостереження за показником або базою прогнозу.

Для задовільного короткотермінового прогнозування потрібно, щоб на протязі двох одиниць довжини періоду спостереження було в наявності хоча б одне спостереження, тобто щоб з 50%-ною ймовірністю в кожній одиниці періоду лежало хоча б одне спостереження.

Число одиниць часу, на який робиться прогноз, називається горизонтом прогнозування.

Традиційним методом прогнозування майбутнього значення показника є усереднення n його минулих значень за допомогою рухомої середньої $\overline{m_t}$, яка визначається за формулою:

$$\overline{m_t} = \frac{1}{n}\sum_{i=t}^{t-n+1} d_i ,$$

де d_i - попит попередніх періодів; t – час.

Обчислене значення $\overline{m_t}$ у випадку стаціонарного ряду вважається рівним прогнозу очікуваного значення показника в майбутньому не тільки на період прогнозу, але й на період, наступний за ним, і дальше.

Однак, це не означає, що якщо прогноз робиться на шість місяців наперед, то прогноз на решту п'ять місяців не може бути модифікований по закінченню першого місяця з врахуванням додаткової інформації.

Для того щоб почати процес рухомої середньої, потрібно мати в запасі n-1 значень минулих спостережень. Прогноз не може бути побудований раніше, ніж через n моментів часу.

В процес рухомої середньої включають як більш свіжі, так і більш старіші дані, а тому для усереднення використовують різні ваги. Існує два способи усереднення: перший оснований на дробових, а другий на десяткових вагах. В обох випадках сума ваг повинна дорівнювати одиниці.

$$\overline{m_t} = \frac{1}{2}d_t + \frac{1}{4}d_{t-1} + \frac{3}{16}d_{t-2} + \frac{1}{16}d_{t-3} ,$$

$$\overline{m_t} = 0{,}4d_t + 0{,}3d_{t-1} + 0{,}2d_{t-2} + 0{,}1d_{t-3}\,.$$

Більш старі дані також несуть певну інформацію, яка потрібна для рухомої середньої.

Чутливість рухомої середньої обернено пропорціональна n – числу точок, які входять в середню.

Замість однієї із розглянутих вище систем ваг статистика використовує ряд ваг, спадаючих в часі за експоненціальним законом. Такий ряд визначається наступним чином:

$$\alpha + \alpha(1-\alpha) + \alpha(1-\alpha)^2 + \alpha(1-\alpha)^3 + \ldots + \alpha(1-\alpha)^n$$

де $0<\alpha<1$ - константа згладжування.

Для істинного середнього його сума повинна прямувати до одиниці. Наприклад, для α= 0,2 отримаємо:

0,2 + 0,16 + 0,128 + 0,102 + 0,082 + 0,065 + 0,052 і т.д.

Сума ряду прямує до одиниці, а члени суми спадають з часом.

За допомогою експоненціальне зваженого ряду ваг експоненціально зважена середня описується рівнянням:

$$\overline{u_t} = \alpha d_t + \alpha(1-\alpha)d_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 d_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^3 d_{t-3} + \ldots + \alpha(1-\alpha)^n d_{t-n}\,.$$

Основне рівняння, яке визначає просте експонентне зважене середнє отримують за рекурентною формулою:

$$\overline{u_t} = \alpha d_t + (1-\alpha)u_{t-1}\,.$$

На її основі будуються всі інші моделі експоненціального згладжування. Наприклад, якщо ми знаходимось в точці t = n і потрібно побудувати прогноз на момент часу n+1, то за моделлю експоненціального згладжування прогноз на /n+1/ - й момент часу показника d дорівнює:

$$\overline{u_n} = \alpha d_n + (1-\alpha)u_{n-1}\,.$$

Експоненціально згладжувати можна не тільки сам ряд, але і коефіцієнти трендів, лінійного і експоненціального, коефіцієнти сезонності і ін.

Використання моделі експоненціального згладжування передбачає розв'язок трьох питань: а) вибору константи згладжування α. Деякі вчені пропонують в більшості випадків брати в якості константи згладжування α = 0,20, хоча для різних рядів вона може бути більшою чи меншою; б) вибору початкового рівня згладжування ряду u_0. В якості u_0 можна взяти перший член ряду, тобто $u_0 = d_1$, або u_0 дорівнює середньому декількох перших або попередніх членів ряду. Якщо ряд d_t стаціонарний, тобто тренд відсутній, то в якості u_0 можна взяти середнє ряду; в) вибір початкового моменту згладжування (довжини бази згладжування або прогнозу). Чим ближче початкова точка до поточної, тим менше інформації потрібно при побудові прогнозу; чим дальше початкова точка від поточної, тим менш чутливим буде прогноз до нових даних.

Проблема вибору початкової точки згладжування тісно зв'язана з проблемою вибору константи згладжування. Аналітичного розв'язку поставлених завдань не існує, а тому вибір характеристик згладжування базується на експериментальних розрахунках і здійснюється в кожному конкретному випадку по-різному.

Типові значення α, які використовуються в економічному прогнозуванні, лежать в межах від 0,05 до 0,30. Довжину усереднення в рухомій середній за чутливістю прогнозу знаходять по таблиці.

Таблиця 1

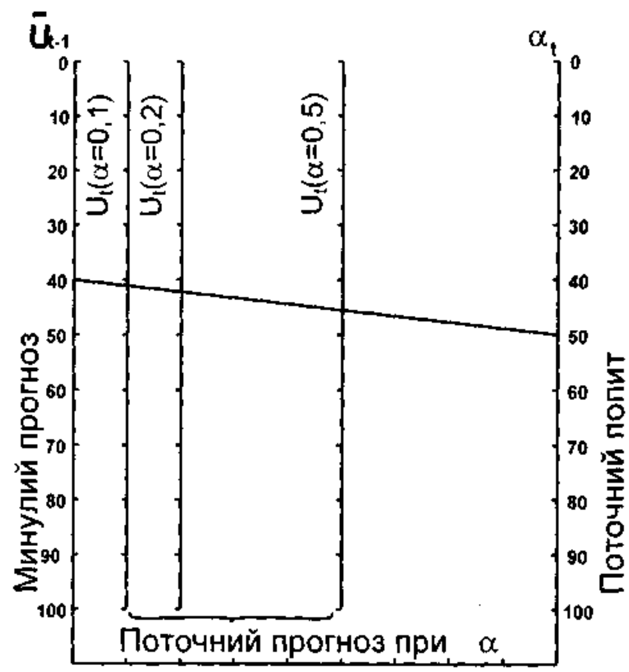
α	0.05	0.10	0.20	0.30
n	39	19	9	6

Хоч на практиці більшість прогнозів за експоненціальною зваженою середньою вираховується на ПЕОМ, в деяких випадках зручніше і наочніше обчислення провести на калькуляторі або за допомогою номограми. Розміщення шкали $\overline{u}_t$, для різних α знайдемо за таблицею 2.

Таблиця 2

Константа згладжування α	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40	0.50
Відстань до u_{t-1}	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40	0.50
Відстань до d_t	0.90	0.85	0.80	0.70	0.60	0.50

Наприклад, якщо $d_t = 50$, а $u_{t-1} = 40$ і значення $\alpha = 0,1; 0,2; 0,3;...; 0,5$, то
$\overline{u}_t(\alpha = 0,1) = 41; \overline{u}_t(\alpha = 0,2) = 42; \overline{u}_t(\alpha = 0,3) = 0,43;$ *і т.д.*



Мал. 1. Номограма обчислення прогнозу за схемою простої експоненціальної зваженої середньої

Для $\alpha = 0,1$ $\overline{u}_t = (0,1 \times 50) + (0,9 \times 40) = 41$;

$\alpha = 0,2$ $\overline{u}_t = (0,2 \times 50) + (0,8 \times 40) = 42$;

$\alpha = 0,5$ $\overline{u}_t = (0,5 \times 50) + (0,5 \times 40) = 45$, *і т.д.*

Схема експоненціальної зваженої середньої краща схеми рухомої середньої тому, що вона дає більш точні прогнози, проста в обчисленні і більш гнучка.