Ткач Є.І., к. е. н., доцент ТАНГ

ПРОГНОЗУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТРЕНДОВИХ ПОКАЗНИКІВ

Методи прогнозування нестаціонарних показників це такі, які працюють в нестаціонарних умовах, тобто коли середня не залишається постійною, а змінюється з часом. Середня, яка змінюється з часом називається трендом, який розрізняється за характером і типами.

За характером тренди поділяються на лінійні, сезонні і змішані.

Лінійним трендом називають такий закон зміни середньої, при якому середня зростає або спадає з часом по лінійній залежності. Наприклад, попит на деякий товар може мати зростаючий лінійний тренд, якщо товар є для ринку новим або якщо розширюється обсяг самого ринку або, навпаки, коли товар застаріває, то тренд попиту на нього буде спадати.

Тренд називається сезонним, якщо середня змінюється циклічно у відповідності з порами року. На практиці в більшості випадків сезонний цикл не

змінюється на протязі року, а середня за кожний місяць або квартал порівняно з середньою за весь рік може падати або підніматись. Сезонні коливання супроводжують динаміку попиту на ряд товарів, таких як одяг і взуття, культурно-побутові товари і інші.

Змішані сезонно-лінійні тренди являють собою комбінацію із двох трендів. Прикладом такого тренду може бути попит на товари культурно-побутового призначення, а саме – телевізори кольорового зображення, багатокамерні холодильники, легкові автомобілі обсяг на які з року в рік зростає по лінійному тренду, а сезонні коливання нашаровуються на нього в залежності від зміни пори року.

За типами тренди бувають адитивні, мультиплікативні і в різних комбінаціях.

В адитивних трендах фактичні значення відхиляються від середнього в одну або другу сторону приблизно на однакову величину, наприклад, на 10 ум. гр. од.

В мультиплікативних трендах коливання фактичного значення складає приблизно однаковий процент відносно середнього, наприклад, на 2% за місяць.

Комбінація адитивних і мультиплікативних трендів для вивчення досить складна, а тому її застосування рідкісне.

Статистика використовує ряд варіантів (видів) трендів з відповідними їм простими прогнозними моделями.

Лінійно-адитивний тренд має середня, яка збільшується або зменшується приблизно на однакову величину з кожним моментом часу.

Значення показника при лінійно-мультиплікативному тренді перевищить або буде меншим попереднього значення приблизно на один і той же процент на всьому досліджуваному проміжку часу.

При лінійно-адитивному тренді розсіювання фактичних значень навколо тренду приблизно постійне, тоді як при лінійно-мультиплікативному це розсіювання збільшується з часом.

Комбінація лінійного і сезонно-адитивного тренду може описувати також ситуацію чисто сезонного тренду, однак в загальному випадку для моделі цього типу характерна присутність сезонного тренду, який в свою чергу лінійно зростає.

Комбінація лінійного і сезонно-мультиплікативного тренду описує лінійний ріст показника і сезонну хвилю, накладену на нього, і з постійно зростаючою амплітудою коливання.

При лінійно-адитивній моделі тренду передбачається, що середня прогнозованого показника d_t змінюється по лінійній функції за часом і описується рівнянням:

$$D_t=\mu+\lambda t+E_t \quad ,$$

де μ – середня прогнозу;

λ – швидкість його росту;

E_t – випадкова помилка з нульовим середнім.

Метод запропонований Холтом, заснований на оцінці міри ступеню лінійного росту або спадання показника в часі. Фактор росту λ оцінюється за коефіцієнтом $в_t$, який в свою чергу вираховується як експоненціально зважена середня різниці між поточними експоненціально зваженими середніми значеннями процесу u_t і їх попередніми значеннями u_{t-1}.

Для прогнозування попиту за методом Холта розв'язують наступні рівняння:

$$U_t = A\,d_t + (1 - A) * (U_{t-1} + b_{t-1})$$

і

$$b_t = B\,(U_t - U_{t-1}) + (1 - B)\,b_{t-1},$$

де А,В – параметри, які лежать в межах від 0 до 1.

Прогноз d_t за методом Холта на період $t+\tau$ дорівнює:

$$f_t + \tau = U_t + b_t \tau,$$

де $t+\tau$ – горизонт прогнозування;

τ – кількість моментів часу прогнозування;

U_t – оцінка середнього поточного значення;

b_t – очікуваний показник росту.

Метод Холта з модифікаціями Муіра, якщо прогноз здійснюється на достатньо великий проміжок часу, пропонує формули:

$$U_t = A d_t + (1 - A) U_{t-1},$$

а

$$f_t + \tau = U_t + b_t (1/A + \tau - 1).$$

За методом подвійного вирівнювання Брауна, прогноз d_t на період $t + \tau$ буде рівним:

$$f_t + \tau = f_t + b_t \tau,$$

або

$$f_t + \tau = 2U_t - \overline{U_t} + \frac{\alpha}{1-\alpha}(U_t - \overline{U_t})\,\tau \quad ,$$

де $f_t = 2U_t + \overline{U}_t$; $b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(U_t - \overline{U_t})$;

$\overline{U}_t$ – подвійне експоненціально зважене середнє;

α – константа згладжування, в межах від 0 до 1.

У випадку прогнозу на один момент часу /τ=1/ попередня формула матиме вигляд:

$$f_t + \tau = \frac{(2-\alpha)U_t - \overline{U_t}}{1-\alpha} \quad .$$

За другим методом Брауна для моделі лінійно-адитивного тренду оцінка за зваженим методом найменших квадратів дорівнює:

$$f_t + \tau = U_t + b_t \tau,$$

де $U_t = U_{t-1} + b_{t-1} + (1-\wp^2)e_t$,

$\wp$ – рівень щомісячного дисконтування спостережень;

$e_t = d_t - f_t$ – помилка прогнозу;

$b_t = b_{t-1} + (1 - \wp^2)e_t$.

Параметр $\wp$ - коефіцієнт дисконтування, аналогічний 1- α інших методів. Рекомендується брати $\wp$=0,8.

Трьохчленна модель прогнозування попиту Бокса-Дженкінса має вигляд:

$$\overline{U_t} = U_{t-1} + \wp_{-1}(e_t - e_{t-1}) + \wp_0 e_t + \wp_1 \sum_{i=0}^{-\infty} e_i \quad ,$$

де $e_t = d_t - f_t$; $\wp_{-1} = 0{,}000$; $\wp_c = \alpha(2-\alpha)$; $\wp_1 = \alpha^2$.

Якщо зміна середнього процесу залежить від часу пропорційно самому значенню середнього μ, тобто лінійно в логарифмах, тоді доцільно використати лінійно-мультиплікативну модель тренду Муіра, яка описується рівнянням:

$$d_t = (d_{t-1} - \varepsilon_{t-1})\rho + \varepsilon_t ,$$

де ρ – мультиплікативний коефіцієнт тренду.

Позначивши загладжувальну функцію U_t через v_t, отримаємо:

$$v_t = d_t + (1-\alpha) r_t v_{t-1},$$

де r_t – незсунена оцінка ρ мультиплікативний коефіцієнт тренду процесу d_t, який обчислюється за формулою:

$$r_t = \frac{\alpha dt}{vt-1} + (1-\alpha) r_{t-1}.$$

Прогноз на момент часу $t+\tau$ знайдемо за формулою:

$$f_{t+\tau} = v_t r_t \tau.$$

Сезонно – декомпозиційна прогнозна модель Холта-Вінтера визначається за формулою:

$$f_t + \tau = (U_t + b_t \tau) F_{t-L+\tau},$$

де F_{t-L} – коефіцієнт сезонної декомпозиції (коефіцієнт сезонності);

L – тривалість сезонного циклу (L=12 для календарних місяців, L=4 для кварталів).

При комбінації лінійного і сезонно-мультиплікативного трендів прогноз обчислюють за формулою:

$$f_{t+\tau} = U_t (1-b_t)^{\tau} F_{t-L+\tau}$$

де $F_{t-L+\tau}$ – останні вирахувані значення коефіцієнта сезонності, які відповідають моменту часу $t+\tau$;

F_t – коефіцієнт сезонності, який визначається за рівнянням:

$$F_t = \frac{Cd_t}{U_t} + (1-C) F_{t-L},$$

В якості значень A,B,C рекомендується брати відповідно 0,2; 0,2 і 0,6.

Помилки прогнозу e_t визначаються як різниця між фактичним значенням d_t і прогнозом f_t: $e_t = d_t - f_t$.

Мірою розсіювання значень деякої змінної навколо середньої може бути середнє абсолютне відхилення помилки $\overline{L_t}$, яке вираховується за формулою експоненціально зваженої середньої абсолютних значень помилок:

$$\overline{L_t} = \alpha(e_t) + (1-\alpha)\overline{L_t} - 1$$

Зв'язок між стандартним відхиленням ς_t і середнім абсолютним відхиленням $\overline{L_t}$ визначається як рівність ς_t =1,25 $\overline{L_t}$, де 1,25 – для нормального розподілу це значення дорівнює $\sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1{,}253$.

Середня абсолютна процентна помилка – процентне відношення середніх абсолютних значень помилок прогнозу до фактичних значень показника. Таким чином:

$$\sqrt{|\overline{L}|} = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} \frac{|e_t|}{dt} \times 100.$$

Показник $\sqrt{|L|}$, як правило, використовується для порівняння точності прогнозів неоднорідних об'єктів. Типові значення цього показника наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Інтерпретація типових значень

$\sqrt{\lvert L \rvert}$	**Інтерпретація**
< 10	висока точність
10 - 20	добра точність
20 – 50	достатня точність
> 50	недостатня точність

Середня процентна помилка $\sqrt{L}$ і середня помилка $\overline{\Delta_t}$ – показники зміщення прогнозу. Відносний показник зміщення визначається за формулою:

$$\sqrt{L} = \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1}\frac{e_t}{dt}\times 100.$$

Він не повинен перевищувати 5% ($\sqrt{L}$ <5%).

Середня помилка характеризує ступінь зміщення прогнозу і обчислюється за формулою:

$$\overline{\Delta_t} = \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1} e_t \quad .$$

Середній квадрат помилки визначається за формулою:

$$\zeta_t^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1} e_t^2 \quad ,$$

а сума квадратів –

$$\Delta_t^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1} e_t^2 \quad .$$

В більшості пакетів програм по прогнозуванню іменно ці два останні показники застосовуються в якості критеріїв при виборі оптимальних параметрів моделі.

Стандартне відхилення – основний показник вимірювання точності прогнозу. При відносно малому горизонті прогнозування можна стверджувати, що майбутнє значення прогнозованого показника буде знаходитись в межах +, – два стандартних відхилення від прогнозу ($U_t = \pm 2\varsigma$).

Таблиця 2

Типова процедура побудови прогнозу і його стандартної помилки (α=0,2)

Показники	Місяці												
	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	01
Попит поточного місяця d_t	60	70	55	80	90	65	70	75	60	80	90	100	95
Прогноз минулого місяця U_{t-1}	70	68	68	65	68	72	71	71	72	70	72	76	81
αd_t	12	14	11	16	18	13	14	15	12	16	18	20	19
$(1-\alpha) U_{t-1}$	56	54	54	52	54	58	57	57	58	56	58	61	65
Прогноз наступного місяця U_t	68	68	65	68	72	71	71	72	70	72	76	81	84

Помилка прогнозу поточного місяця $e_t=d_t-f_t$	-10	2	-13	15	22	-7	-1	4	-12	10	18	24	14
$\alpha \vert e_t \vert$	2,0	0,4	2,6	3,0	4,4	1,4	0,2	0,8	2,4	2,0	3,6	4,8	2,8
$(1-\alpha)\overline{L}_{t-1}$	5,6	6,1	5,2	6,2	7,4	9,4	8,6	7,0	6,2	6,9	7,1	8,6	10,7
L_t	7,6	6,5	7,8	9,2	12	11	8,8	7,8	8,6	8,9	11	13	13,5
Стандартна помилка поточного місяця 1,25 $\overline{L_T}=\varsigma$	9,5	8,1	9,8	12	15	13	11	9,8	11	11	13	17	16,9

Наприклад, виходячи з даних таблиці 2 з достатньою ступінню впевненості можна очікувати, що значення фактичного попиту на товар в лютому місяці, наступному за січнем – останнім місяцем прогнозу, буде лежати в межах **84±2*16,9,** ***тобто***

$$U_{t-1}-2\varsigma \le \overline{U_t} \le U_{t-1}+2\varsigma;$$

$$84-34 \le \overline{U_t} \le 84+34;$$

$$50 \le \overline{U_t} \le 118 \text{ одиниць.}$$