П. Стухляк

Професор, д-р техн. наук

А. Курко

Доцент, канд. техн. наук

В. Каретін

Аспірант

І. Добротвор

Доцент, канд. фіз.-мат. наук

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, м. Тернопіль

УДК 621.833.6

АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕМАТИКИ ДЕБАЛАНСУ РЕАКТИВНО-ІНЕРЦІЙНОГО БЛОКА ІНЕРЦІЙНОГО ТРАНСФОРМАТОРА КРУТНОГО МОМЕНТУ

Розглянуто кінематику дебалансу реактивно-інерційного блока. Виявлено вплив рухомої реактивної ланки на режимах обертання всього блока. Результати аналітичного дослідження та їх графічну інтерпретацію отримано з допомогою відповідних операторів програми MathCAD 14.

диференціальний механізм, інерційний трансформатор, реактивно-інерційний блок, реактивна ланка, дебаланс

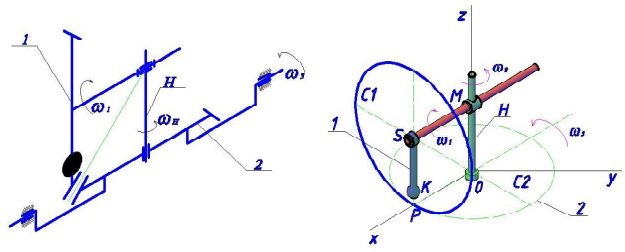
Вступ. Вимоги до сучасних транспортних засобів передбачають широке впровадження безсходинкових трансмісій, що, при застосуванні засобів автоматизації, дозволяє чітко узгоджувати швидкість і крутний момент під навантаженням. Крім цього, ведуться розробки для автоматичної роботи трансмісії.

На сучасному етапі досліджень інерційних трансформаторів, незважаючи на накопичений експериментальний матеріал та високий рівень теоретичних досліджень, втілення конструкторських ідей далі експериментальних взірців не просувалося, оскільки пошук раціональної кінематичної схеми інерційного трансформатора крутного моменту здійснювався на основі традиційних підходів у конструюванні [3]. Не дало належного ефекту і створення так званих пружних моделей, що характеризуються більшою можливістю з реалізації характеристик, більшою кідькістю ступенів свободи (вільності) та інші особливості [2]. Таким чином, очевидною є потреба у принципово новому підході до схемного вирішення можливості безсходинкової передачі інерційними масами силового потоку. Оскільки плавне регулювання силового потоку можливе тільки за наявності в кінематичному ланцюгу хоча б однієї передачі з рухомими осями, то доцільність застосування планетарних (диференціальних) механізмів в інерційному трансформаторі є незаперечною [1].

Мета статті – виявлення кінематичної передумови застосування інерційно-реактивного блока в конструкції трансформатора крутного моменту.

Об'єкти та методи дослідження. Об'єктом дослідження є неповний конічний диференціальний механізм з рухомим реактивним зубчастим колесом та дебалансами, змонтованими на сателітах. Разом з водилом, співвісним з рухомим реактивним колесом, ці ланки утворюють інерційно-реактивний блок. З метою спрощення, аналітичні розрахунки проведені для одного дебалансу, маса якого в початковий момент часу зосереджена в точці, що лежить в одній з основних декартових площин. Також прийнято, що $\omega_1 = \omega_2 = \omega_H$.

Результати дослідження та їх обговорення. Замінимо кінематичну схему неповного конічного диферен-



a) b)

Рис. 1. Інерційно-реактивний блок

ціального механізму (рис. 1,а) розрахунковою (рис. 1,b). Розкладаємо складний комбінований рух розбалансованої маси як суперпозицію трьох базових рухів: обертання площини *C1* навколо осі (*SM*); обертання осі (*SM*) навколо осі (*0M*); обертання площини *C3* навколо осі (*0x*).

Початкові умови вважаємо встановленими для точок на площині круга *C1*, який обертається навколо осі (*0M*), і є колінеарною до осі (*OZ*) декартової системи координат $\{0, \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}\}$, $\vec{e_3} \,||\, (0Z)$. Тоді $P(R,0,0)$, $K(R;0;(1-k)\cdot R)$, (k – коефіцієнт, що визначає положення точки на радіусі *SP* круга *C1*). Вісь круга *C1* є перпендикулярною до осі *(0M)*: $SM \perp (0M)$, $SM \,||\, (x0y)$.

При повороті круга *C1* на нескінченно малий кут $\alpha = \omega t$ точка *P* переходить у положення P^* і знаходиться у площині $(PP^*S) \perp \overrightarrow{MS}$, а тому рівняння площини *C1* міняється у часі і має вигляд:

$$R\cdot cos\omega t\cdot(x-R\cdot cos\omega t)+R\cdot sin\omega t\cdot(y-R\cdot sin\omega t)+0\cdot(z-R)=0\,,$$

яке після спрощення є таким:

$$cos\omega t\cdot x+sin\omega t\cdot y=R\,. \qquad (1)$$

Рівняння руху точки $P(x_p, y_p, 0) \in C1$ виводимо із системи

$$\begin{cases}(x_p - R\cdot cos\omega t)^2 + (y_p - R\cdot sin\omega t)^2 + R^2 = R^2;\\ x_p^2 + y_p^2 = R^2\end{cases}$$

Отримуємо параметричну залежність

$$\begin{cases}x_{p^*} = R^2\cdot cos\omega t \pm R\cdot sin\omega t\cdot\sqrt{1-R^2}\\ y_{p^*} = R\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}-R^2\right)\cdot cos2\omega t \mp R\cdot sin2\omega t\cdot\sqrt{1-R^2}}\\ z_{p^*} = 0\end{cases}, \qquad (2)$$

Остання залежність значно спрощується при $R = 1$:

$$\begin{cases}\tilde{x}_p = cos\omega t\\ \tilde{y}_p = sin\omega t\\ \tilde{z}_p = 0\end{cases}, \qquad (3)$$

Параметричні залежності (2) і (3) описуватимуть другий рух (рис. 2) у системі повороту площини *C1* на

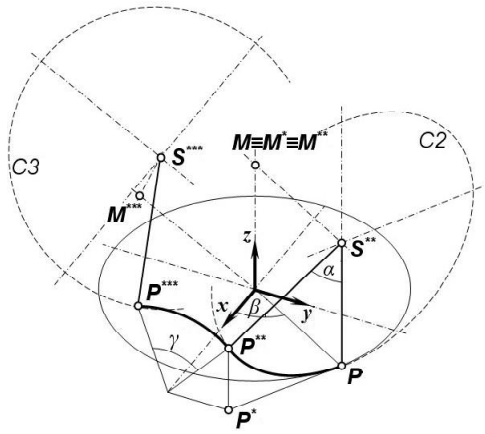


Рис. 2. Розрахункова схема

кут $\beta = \omega t$ навколо осі (*0M*), при умові якщо ми враховуємо, що при повороті площини *C1*, яка переходить в площину *C2* положення *P* міняється так, що $\left(\overrightarrow{SP} \,\hat{,}\, \overrightarrow{SP^*}\right) = \omega t$. $S^*(cos\omega t,\ sin\omega t,\ 1)$; $P^*(cos\omega t,\ sin\omega t,\ 0)$;

$P^{**}\left(x_{p^{**}}, y_{p^{**}}, z_{p^{**}}\right)$, тому:

$$cos\omega t = \frac{\overrightarrow{SP^*}\cdot\overrightarrow{SP^{**}}}{\left|\overrightarrow{SP^*}\right|\cdot\left|\overrightarrow{SP^{**}}\right|} =$$

$$= \frac{z_{p^{**}} - 1}{1\cdot\sqrt{\left(x_{p^{**}} - cos\omega t\right)^2 + \left(y_{p^{**}} - sin\omega t\right)^2 + \left(z_{p^{**}} - 1\right)^2}}\,.$$

Крім цього,

$$\left|SP^*\right| = \left|SP^{**}\right| =$$

$$= \left(x_{p^{**}} - cos\omega t\right)^2 + \left(y_{p^{**}} - sin\omega t\right)^2 + \left(z_{p^{**}} - 1\right)^2 = 1.$$

З останніх двох співвідношень отримуємо

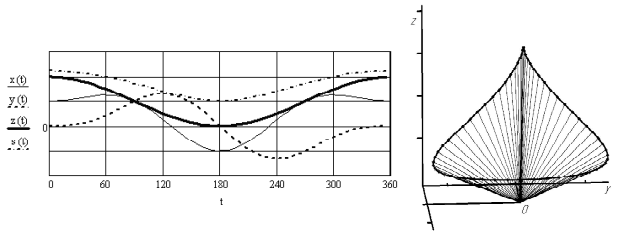
$$\begin{cases}z_{p^{**}} = cos\omega t + 1;\\ x_{p^{**}}^2 + y_{p^{**}}^2 = 1 + sin^2\omega t;\\ cos\omega t\cdot x_{p^{**}} + sin\omega t\cdot y_{p^{**}} = 1,\end{cases} \qquad (4)$$

Звідки отримуємо координати P^{**}, як результовні у двох рухах:

$$\begin{cases}x_{p^{**}} = cos\omega t \pm \frac{1}{2}\sqrt{D};\\ y_{p^{**}} = \frac{1 - cos\omega t\cdot x_{p^{**}}}{sin\omega t};\\ z_{p^{**}} = cos\,\omega t + 1.\end{cases} \qquad (5)$$

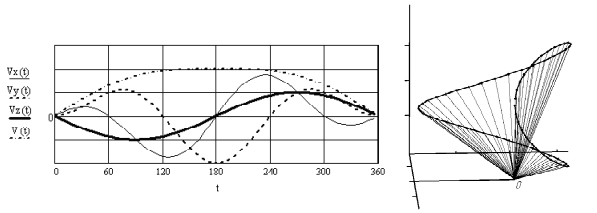
де $D = cos^2\omega t + 4\cdot\left(sin^2\omega t - cos^2\omega t\cdot sin^2\omega t - cos^2\omega t\right)$.

Аналітичні залежності швидкості і пришвидшення, як похідних складових переміщення, отримано за допомогою відповідних операторів програми MathCAD. Графіки досліджених характеристик теж отримано з допомогою програми MathCAD 14.



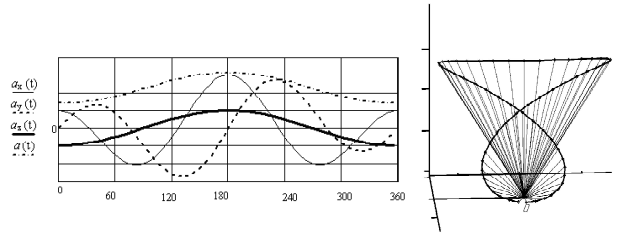
a) b)

Рис. 3. Кінетика координат точки *P*, як результат трьох рухів (перший режим обертання)



a) b)

Рис. 4. Кінетика складових швидкості точки *P*, як результату трьох рухів (перший режим обертання)



a) b)

Рис. 5. Динаміка складових пришвидшення точки *P*, як результату трьох рухів (перший режим обертання)

Останній третій рух є поворотом площини $(z0y) = C2$ на кут ωt P^{**} (як результат руху перших двох) переходить у P^{***}, координати якої пов'язані параметрично:

$$\begin{cases} x_{p^{***}} = x_{p^{**}}; \\ y_{p^{***}} = y_{p^{**}} \cdot cos\omega t - z_{p^{**}} \cdot sin\omega t; \\ z_{p^{***}} = y_{p^{**}} \cdot sin\omega t + z_{p^{**}} \cdot cos\omega t. \end{cases} \quad (6)$$

Центр *C1* теж міняє своє положення:

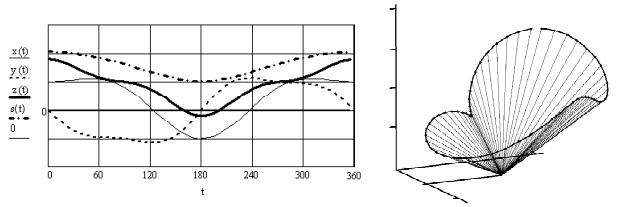
$$\begin{cases} x_{s^{***}} = x_{s^{*}} = cos\omega t; \\ y_{s^{***}} = y_{s^{*}} \cdot cos\omega t - z_{s^{*}} \cdot sin\omega t; \\ z_{s^{***}} = y_{s^{*}} \cdot sin\omega t + z_{s^{*}} \cdot cos\omega t. \end{cases} \quad (7)$$

У результаті отримуємо

$$\begin{cases} x_{p^{***}} = cos\omega t \pm \frac{1}{2}\sqrt{D}; \\ y_{p^{***}} = \dfrac{1 - cos\omega t \cdot \left(cos\omega t \pm \frac{1}{2}\sqrt{D}\right)}{sin\,\omega t} \cdot cos\omega t - (cos\omega t + 1) \cdot sin\omega t; \\ z_{p^{***}} = \dfrac{1 - cos\omega t \cdot \left(cos\omega t \pm \frac{1}{2}\sqrt{D}\right)}{sin\omega t} \cdot sin\omega t - (cos\omega t + 1) \cdot cos\omega t, \end{cases}$$

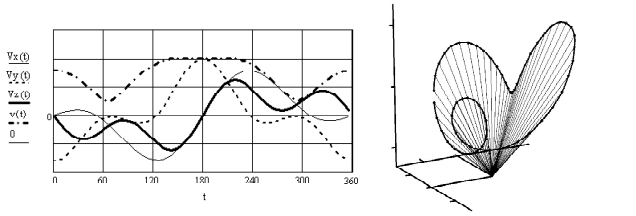
$$\sqrt{D} = 2sin^2\omega t \cdot \quad (8)$$

Зак "+" чи "-" визначається напрямом повороту α, β, γ за чи проти годинникової стрілки, а тому система (8) визначає $2^3 = 8$ можливих варіантів обертання.



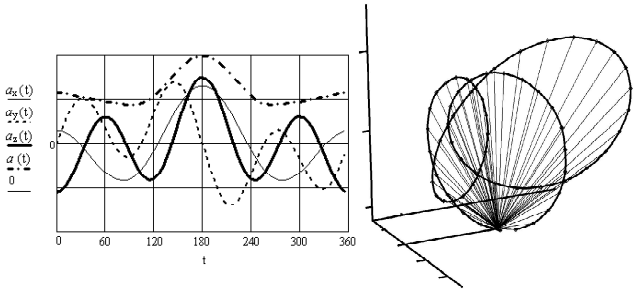
a) b)

Рис. 6. Кінетика координат точки *P*, як результат трьох рухів (другий режим обертання)



a) b)

Рис. 7. Кінетика складових швидкості точки *P*, як результату трьох рухів (другий режим обертання)



a) b)

Рис. 8. Динаміка складових пришвидшення точки *P*, як результату трьох рухів (другий режим обертання)

На рисунках (3,a), (4,a), (5,a), (6,a), (7,a), (8,a) подано діаграми відповідних параметрів, а на рисунках (3,b), (4,b), (5,b), (6,b), (7,b), (8,b) – їхні миттєві значення в 3D моделях.

У дослідженні кути повороту в кожному з базових рухів змінюються за однаковим законом:

$$\alpha(t) = \beta(t) = \gamma(t) = \omega t\,;$$

$$\alpha(0) = \beta(0) = \gamma(0) = 0 .$$

Для загальнішого випадку задання руху системи (8) маємо

$$\begin{cases} \alpha(t) = \omega_1 t + \alpha_0 ; \\ \beta(t) = \omega_2 t + \beta_0 ; \\ \gamma(t) = \omega_3 t + \gamma_0 . \end{cases} \quad (9)$$

Тут $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ – довільні початкові кути, які можуть і не збігатися між собою; $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ – визначаються передатними відношеннями зубчастих коліс та механізму в цілому. Тому результовані співвідношення (8), які визначають положення точки *P*, будуть задавати значну асиметрію кінематичних параметрів у декартових системах координат.

Висновки. Одержано аналітичні вирази закону руху точки дебалансу, що дозволяють аналізувати як рух в цілому, так і окремі його складові.

Наявність рухомої реактивної ланки, що обертається навколо центральної осі, дозволяє реактивно-інерційному блокові кінематично узгоджувати цей рух з відносним рухом його ланок.

Зміна початкових умов спричиняє асиметрію в кінетиці та динаміці кінематичних параметрів, що збільшує ефект від складного руху дебалансу.

Література

1. *Крайнев А. Ф.* Словарь-справочник по механизмам. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1987. – 560 с.
2. *Леонов А.И.* Инерционные автоматические трансформаторы вращающего момента. – М.: Машиностроение, 1978. – 223 с.
3. *Мальцев В.Ф.* Механические импульсные передачи. – М.: Машиностроение, 1978. – 366 с.

Отримана 12.06.11

P. Stuhlyak, A. Kurko, V. Karetin, I. Dobrotvor

Analytical research of kinematics of a reactive inertial block' unbalance of a torque inertial transformer.

Ternopil Ivan Pyl'uj National Technical University, Ternopil

The kinematics of a reactive inertial block' unbalance is considered. The effect of a movable reactive link on the regimes of a whole block rotation is revealed. The results of analytical research and it graphic interpretation are obtained by means of MathCAD relative operators.

Інформація

IV МІЖНАРОДНА НАУКОВО-ТЕХНІЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ «АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ ПРИКЛАДНОЇ МЕХАНІКИ ТА МІЦНОСТІ КОНСТРУКЦІЙ»

Україна, м. Запоріжжя, 8 – 10 червня 2012 р.

Тематика конференції:

– Математичне моделювання та дослідження технічних систем.
– Контактні задачі деформівних тіл.
– Механіка руйнування та задачі термопружності.
– Статичні та динамічні задачі теорії пластин і оболонок.
– Механіка композиційних матеріалів.
– Комп'ютерна механіка та оптимізація конструкцій.
– Експериментальне дослідження динаміки та міцності конструкцій.
– Підвищення надійності та довговічності технічних систем.
– Прикладні задачі проектування складних інженерних конструкцій в суднобудуванні, приладо- і машинобудуванні.
– Перспективи застосування прогресивних та нетрадиційних технологій при виробництві складних технічних систем.
– Сучасні проблеми інженерної освіти.

Адреса оргкомітету:

Запорізький національний університет,
Україна, 69000, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 66,
Тел.: 061-228-76-28, 067-9833040.
E-mail: kpmm.mf@znu.edu.ua