

для побудови системи оповіщення відсутня необхідність прокладки телефонних ліній зв'язку, фідерів, а також побудови приміщень для кінцевих засобів оповіщення;  
можливість виконання ПУКЗО своїх функцій оповіщення при відключенні мережі 220/380 В, 50 Гц;  
універсальність базової конструкції, яка дозволяє набором відповідних блоків та програмного забезпечення використовувати різноманітні види зв'язку.

#### Висновок

Таким чином, реалізація схеми функціональної структури РАСЦО забезпечить виконання заданих завдань при впровадженні сучасних автоматизованих систем оповіщення про запобігання НС.

Аналіз даних систем оповіщення показав перевагу радіокерованої системи оповіщення, як по надійності у роботі, можливості застосування транкінгового радіозв'язку, прийняття даних від автоматизованих метеостанції, так і в економічності її побудови з використання новітніх інформаційних технологій.

#### Література

1. Закон України "Про захист населення і територій від надзвичайних ситуацій техногенного та природного характеру", № 1809-14 // Відомості Верховної Ради України. – Офіц. вид. – К.: Парламентське вид-во, 2002. – № 6. – 39 с.
2. Закон України "Про Цивільну оборону України", № 2974-12 // Відомості Верховної Ради України. – Офіц. вид. – К.: Парламентське вид-во, 2002. – № 6. – 39 с.
3. Закон України "Про Національну програму інформатизації" № 74/98-ВР // Відомості Верховної Ради України. – Офіц. вид. – К.: Парламентське вид-во, 2002. – № 6. – 39 с.
4. Про єдину державну систему запобігання та реагування на надзвичайні ситуації техногенного та природного характеру / Постанова Кабінету Міністрів України, № 1198 // Офіц. вид. – К.: Парламентське вид-во, 2002.
5. Про затвердження Порядку класифікації надзвичайних ситуацій техногенного та природного характеру за їх рівнями / Постанова Кабінету Міністрів України, № 368 // Офіц. вид. – К.: Парламентське вид-во, 2002.
6. Положення про організацію оповіщення і зв'язку у надзвичайних ситуаціях / Постанова Кабінету Міністрів України, № 192 // Офіц. вид. – К.: Парламентське вид-во, 2002.
7. Про затвердження Правил улаштування, експлуатації та технічного обслуговування систем раннього виявлення надзвичайних ситуацій та оповіщення людей у випадку їх виникнення / Наказ МНС від 15 червня 2006 р № 288 // Офіц. вид. – К.: Парламентське вид-во, 2006.

Надійшла до редакції  
25.2.2013 р.

УДК 621

**Є.О. МАРЦЕНЮК**

Тернопільський національний економічний університет

### ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ З ІНТЕРВАЛЬНОЮ НЕВИЗНАЧЕНІСТЮ

В даній статті виконано порівняльний аналіз двох методів ідентифікації дискретних моделей динамічних систем – методу невизначених множників Лагранжа та методу розв'язання інтервальних систем лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР). Ефективність методів перевірено експериментально, проілюстровано графіками та таблицею.

Ключові слова: множники Лагранжа, інтервальні системи лінійних алгебричних рівнянь, динамічні системи, дискретні моделі.

*A comparative analysis of two identification methods for discrete model of dynamic systems is performed. The methods are undefined Lagrange multipliers and a method solving interval systems of linear algebraic equations. Effectiveness of these methods was measured experimentally, illustrated by figures and by a table.*

*Key words: Lagrange multipliers, interval systems of linear algebraic equations, dynamic systems, discrete models.*

#### Вступ

Для ідентифікації параметрів дискретних моделей динамічних систем за умов малих вибірок даних з обмеженими за амплітудою похибками використовують методи аналізу інтервальних даних, суть яких полягає у знаходженні параметрів моделі при відомій структурі моделі та даних, які представлені у вигляді числових інтервалів вихідних змінних для заданих управлінь.

Формально задача параметричної ідентифікації моделей лінійних динамічних систем зводиться до

знаходження розв'язку інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР) з невідомими коефіцієнтами – параметрами моделі [1,2,3]. Існуючі методи розв'язання ІСЛАР орієнтовані на інтервальне оцінювання розв'язку і відзначаються низькою точністю. Розробці вказаних методів присвячені праці відомих українських та зарубіжних науковців: В.Кунцевича, А.Куржанського, М.Личака і т.д. [4]. Проте ці методи відзначаються високою обчислювальною складністю.

Для задач на практиці часто достатнім є знаходження одного розв'язку ІСЛАР, який дозволяє побудувати для заданого початкового інтервального наближення коридор дискретних моделей динаміки. Для такого випадку є можливість використання більш простіших методів пошуку параметрів дискретних моделей лінійних динамічних систем. Один із таких методів наведено в працях [2,3,6]. Проте вказаний метод відзначається низькою точністю вибору початкового наближення вектора параметрів, а також неоптимальною процедурою випадкового пошуку розв'язку ІСЛАР.

В працях С. Шарого [7] при ідентифікації параметрів моделей динамічних систем шукають загублені гарантовані інтервальні оцінки. Проте при розв'язуванні практичних задач допускового контролю перехідних процесів в механічних системах, електричних колах, при вирішенні задач оцінки динаміки концентрацій шкідливих викидів автотранспорту в атмосферу важливим є визначення таких значень параметрів, які забезпечують допускові коридори динаміки параметрів стану, тобто описують динаміку процесу із заданою точністю. Для такого типу задач неможливим є застосування гарантованого підходу оцінювання параметрів моделі. Тоді як розробка нових методів допускового оцінювання параметрів дискретних динамічних систем, чи модифікація існуючих, наприклад описаних в праці [8], вимагають ґрунтовного аналізу процедур формування інтервальної системи алгебричних рівнянь.

В працях [5,6] показано, що задача параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем є задачею математичного програмування з нелінійною цільовою функцією та нелінійними обмеженнями у вигляді інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР). Як відомо такого типу задачі відносяться до задач умовної оптимізації методом невизначених множників Лагранжа.

Метою даної праці є порівняльний аналіз двох методів: існуючого і методу невизначених множників Лагранжа.

**Постановка задачі**

Розглянемо багатовимірну динамічну систему за умов повної спостережуваності. Припустимо, що результати спостереження за вихідними змінними містять адитивні похибки, з невідомими статистичними характеристиками, але з відомими граничними значеннями. Таку систему будемо описувати у загальному випадку нелінійними рівняннями динаміки, а зв'язки між вихідними змінними та змінними стану системи представимо лінійними рівняннями:

$$\begin{cases} x_{1k+1} = f_1(\mathbf{g}_1, \mathbf{q}_1, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \\ \mathbf{M} \\ x_{ik+1} = f_i(\mathbf{g}_i, \mathbf{q}_i, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \\ \mathbf{M} \\ x_{mk+1} = f_m(\mathbf{g}_m, \mathbf{q}_m, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), \quad k = 0, \dots, N-1, \\ \mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{e}_{k+1}, \quad k = 0, \dots, N-1, \end{cases} \quad (1)$$

$$\quad (2)$$

де  $f_i, i=1, \dots, m$  – в загальному випадку нелінійні функції за параметрами та за  $\mathbf{x}_k$  і  $\mathbf{u}_k$ ;

$\mathbf{g}_i$  – невідомі вектори параметрів системи,  $\mathbf{g}_i \in R^m, i = 1, \dots, m$ ;

$\mathbf{q}_i$  – невідомі вектори параметрів управлiнь,  $\mathbf{q}_i \in R^p, i = 1, \dots, m$ ;

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & \mathbf{L} & c_{1i} & \mathbf{L} & c_{1n} \\ c_{12} & \mathbf{L} & c_{2i} & \mathbf{L} & c_{2n} \\ \mathbf{M} & & \mathbf{M} & & \mathbf{M} \\ c_{m1} & \mathbf{L} & c_{mi} & \mathbf{L} & c_{mn} \end{pmatrix} \text{ – відома матриця виходів;}$$

$k$  – дискретне часове значення,  $k = 0, \dots, N-1$ ;

$\mathbf{y}_{k+1}$  – вектор вихідних змінних об'єкта,  $\mathbf{y}_{k+1} \in R^n$ ;

$\mathbf{x}_k$  – вектор змінних стану об'єкта в  $k$ -й дискретний момент часу,  $\mathbf{x}_k \in R^m$ ;

$\mathbf{x}_{k+1}$  – вектор змінних стану системи в  $k+1$ -й дискретний момент часу,  $\mathbf{x}_{k+1} \in R^m$ ;

$\mathbf{u}_k$  – вектор управлiнь в  $k$ -й дискретний момент часу,  $\mathbf{u}_k \in R^p$ ;

$\mathbf{e}_{k+1} = (e_{1k+1}, e_{2k+1}, \mathbf{L}, e_{nk+1})^T$  – вектор похибок із відомими граничними значеннями.

Для похибок спостережень усіх виходів виконуються такі умови:

$$|e_{jk+1}| \leq \Delta_{jk+1}, \quad \Delta_{jk+1} > 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (3)$$

де  $\Delta_{jk+1}$  – гранична амплітуда похибки спостереження за відповідним виходом.

Позначимо за **Tol** перетворення, що дозволяє отримати допускові оцінки інтервалів вектора параметрів стану  $[\mathbf{z}_{k+1}^-; \mathbf{z}_{k+1}^+]$  на основі даних спостережень за вихідними змінними, тобто:

$$[\mathbf{z}_{k+1}^-; \mathbf{z}_{k+1}^+] = [\mathbf{z}_{k+1}^-; \mathbf{z}_{k+1}^+] = \mathbf{Tol}(\mathbf{y}_{k+1}, |\mathbf{e}_{k+1}| \leq \Delta_{k+1}, C), \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (4)$$

де  $\mathbf{\Delta}_{k+1} = (\Delta_{1k+1}, \dots, \Delta_{jk+1}, \dots, \Delta_{nk+1})^T$ .

Умовою отримання допускових коридорів динаміки параметрів стану системи є таке включення:

$$[\mathbf{x}_{k+1}^-; \mathbf{x}_{k+1}^+] \subseteq [\mathbf{z}_{k+1}^-; \mathbf{z}_{k+1}^+], \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (5)$$

де

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1k+1}] = f_1(\mathbf{g}_1, \mathbf{q}_1, [\mathbf{x}_k], \mathbf{u}_k) \\ \mathbf{M} \\ [\hat{x}_{ik+1}] = f_i(\mathbf{g}_i, \mathbf{q}_i, [\mathbf{x}_k], \mathbf{u}_k), \quad k = 0, \dots, N-1. \\ \mathbf{M} \\ [\hat{x}_{mk+1}] = f_m(\mathbf{g}_m, \mathbf{q}_m, [\mathbf{x}_k], \mathbf{u}_k) \end{cases} \quad (6)$$

При цьому передбачаємо, що інтервальні оцінки змінних стану у момент  $k=0$  є відомими, або задамо їх у такий спосіб, щоб вони належали інтервальним оцінкам змінних стану, отриманим за результатами спостережень за вихідними змінними, тобто:

$$[\mathbf{x}_{k=0}^-; \mathbf{x}_{k=0}^+] \subseteq [\mathbf{z}_0^-; \mathbf{z}_0^+]. \quad (7)$$

Математичні моделі, представлені системою (6), називатимемо інтервальними моделями дискретної динамічної нелінійної системи.

Користуючись умовами (5), виразами для моделей об'єкта (6) та відомими інтервальними оцінками змінних стану у початковий момент (7), складемо систему інтервальних рівнянь для оцінювання параметрів  $\mathbf{g}_i$  моделі системи та управлінь  $\mathbf{q}_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ :

$$\begin{cases} [\mathbf{x}_{k=0}^-; \mathbf{x}_{k=0}^+] \subseteq [\mathbf{z}_0^-; \mathbf{z}_0^+] \\ z_{1k+1}^- \leq f_1(\mathbf{g}_1, \mathbf{q}_1, [\mathbf{x}_k], \mathbf{u}_k) \leq z_{1k+1}^+ \\ \mathbf{M} \\ z_{ik+1}^- \leq f_i(\mathbf{g}_i, \mathbf{q}_i, [\mathbf{x}_k], \mathbf{u}_k) \leq z_{ik+1}^+ \\ \mathbf{M} \\ z_{mk+1}^- \leq f_m(\mathbf{g}_m, \mathbf{q}_m, [\mathbf{x}_k], \mathbf{u}_k) \leq z_{mk+1}^+, \quad k = 0, \dots, N-1. \\ [\hat{x}_{1k+1}] = f_1(\mathbf{g}_1, \mathbf{q}_1, [\mathbf{x}_k], \mathbf{u}_k) \\ \mathbf{M} \\ [\hat{x}_{ik+1}] = f_i(\mathbf{g}_i, \mathbf{q}_i, [\mathbf{x}_k], \mathbf{u}_k) \\ \mathbf{M} \\ [\hat{x}_{mk+1}] = f_m(\mathbf{g}_m, \mathbf{q}_m, [\mathbf{x}_k], \mathbf{u}_k) \end{cases} \quad (8)$$

Зауважимо, що інтервальні оцінки вектора змінних стану  $[\mathbf{z}_{k+1}^-; \mathbf{z}_{k+1}^+] = [\mathbf{z}_{k+1}^-; \mathbf{z}_{k+1}^+]$  отримані за результатами спостережень за вихідними змінними системи для заданих дискретних значень вектора управлінь  $\mathbf{u}_{k+1}$ . Методи отримання цих оцінок залежно від розмірності матриці виходів  $C$  в достатній мірі описано в праці [2].

Розв'язками системи інтервальних рівнянь (8) є оцінки  $\mathbf{g}_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) параметрів системи та оцінки  $\mathbf{q}_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) вектора параметрів управлінь, які забезпечують умови включення (5).

У розгорнутому вигляді система інтервальних рівнянь для ідентифікації параметрів лінійної дискретної динамічної системи матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} [\hat{x}_{k=0}] = [\hat{x}_0] \subseteq [\hat{z}_0] \\ z_{1k+1}^- \leq \mathbf{g}_1^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \mathbf{q}_1^T \cdot \mathbf{u}_k \leq z_{1k+1}^+; \\ \mathbf{M} \\ z_{ik+1}^- \leq \mathbf{g}_i^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \mathbf{q}_i^T \cdot \mathbf{u}_k \leq z_{ik+1}^+; \\ \mathbf{M} \\ z_{mk+1}^- \leq \mathbf{g}_m^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \mathbf{q}_m^T \cdot \mathbf{u}_k \leq z_{mk+1}^+, \quad k=0, \dots, N-1, \\ [\hat{x}_{1k+1}] = \mathbf{g}_1^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \mathbf{q}_1^T \cdot \mathbf{u}_k \\ \mathbf{M} \\ [\hat{x}_{ik+1}] = \mathbf{g}_i^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \mathbf{q}_i^T \cdot \mathbf{u}_k \\ \mathbf{M} \\ [\hat{x}_{mk+1}] = \mathbf{g}_m^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \mathbf{q}_m^T \cdot \mathbf{u}_k, \end{cases} \quad (9)$$

де  $\mathbf{g}_i^T = (\hat{g}_{i1}, \dots, \hat{g}_{ii}, \dots, \hat{g}_{im})$  – вектор-стрічка матриці  $\hat{G}$ ;  $\mathbf{q}_i^T = (\hat{q}_{i1}, \dots, \hat{q}_{ii}, \dots, \hat{q}_{ip})$  – вектор-стрічка матриці  $\hat{Q}$ .

Отже, задача параметричної ідентифікації моделі дискретної динамічної нелінійної системи із заданою точністю, в межах граничних похибок оцінювання вихідних змінних за результатами спостережень, є математичною задачею знаходження хоча б одного розв'язку нелінійної інтервальної системи алгебричних рівнянь (8) [6], а для ідентифікації лінійної динамічної системи необхідно оцінити розв'язки інтервальної системи (9).

Особливості розв'язку задач параметричної ідентифікації моделей динамічної системи із заданою точністю

Основною проблемою при формуванні системи (8) та (9) є неможливість розрахувати інтервальні оцінки  $[\hat{x}_{1,0}], [\hat{x}_{2,0}], \dots, [\hat{x}_{m,0}], [\hat{x}_{i,1}], [\hat{x}_{i,2}], \dots, [\hat{x}_{i,m}], \dots, [\hat{x}_{n,1}], [\hat{x}_{n,2}], \dots, [\hat{x}_{n,m}]$  (за винятком початково заданих) без відомих оцінок параметрів  $\mathbf{g}^T$ . За таких умов слід використати рекурентну схему формування інтервальної системи алгебричних рівнянь (8) чи (9), дослідити властивості її розв'язків і на цій основі розробити алгоритм параметричної ідентифікації дискретної динамічної системи.

Для отримання прогнозу на основі динамічного об'єкта (8) необхідно на початку задати інтервальні оцінки  $[\hat{x}_{1,0}], [\hat{x}_{2,0}], \dots, [\hat{x}_{m,0}]$ .

Не порушуючи загальності, розглянемо процедуру формування інтервальної системи алгебричних рівнянь на прикладі побудови моделі динаміки для автономної лінійної динамічної системи у такому вигляді:

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1,k+1}^-; \hat{x}_{1,k+1}^+] = g_{11} [\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] + g_{12} [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] \\ [\hat{x}_{2,k+1}^-; \hat{x}_{2,k+1}^+] = g_{21} [\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] + g_{22} [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]. \end{cases}, \quad k=0, \dots, N-1. \quad (10)$$

Тепер задамо в інтервальному вигляді початкові умови для змінних стану у такому вигляді:

$$z_{1,0}^- \leq [\hat{x}_{1,0}] \leq z_{1,0}^+, \quad z_{2,0}^- \leq [\hat{x}_{2,0}] \leq z_{2,0}^+. \quad (11)$$

З урахуванням умови включення (5) та підстановки початкових умов (11) у вирази (10), перше і друге рівняння інтервальної системи алгебричних рівнянь (9) для даного прикладу ідентифікації параметрів  $g_{11}, g_{12}, g_{21}, g_{22}$  матимуть такий вигляд:

$$\begin{cases} z_{1,1}^- \leq g_{11} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \leq z_{1,1}^+ \\ z_{2,1}^- \leq g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{22} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \leq z_{2,1}^+. \end{cases} \quad (12)$$

Для формування третього та четвертого рівняння інтервальної системи (9) визначимо на основі рівнянь (10) прогнозовані значення змінних стану у момент часу  $k=1$  для заданих початкових умов (11):

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1,1}^-; \hat{x}_{1,1}^+] = g_{11} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \\ [\hat{x}_{2,1}^-; \hat{x}_{2,1}^+] = g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{22} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]. \end{cases} \quad (13)$$

Із урахуванням умови включення (5) та підстановки рівнянь із системи (13) у вирази (10) для  $k=1$ , третє та четверте рівняння інтервальної системи алгебричних рівнянь для ідентифікації параметрів  $g_{11}$ ,  $g_{12}$ ,  $g_{21}$ ,  $g_{22}$  матимуть такий вигляд:

$$\begin{cases} z_{1,2}^- \leq g_{11}^2 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{11}g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] + g_{12}g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{12}g_{22} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \leq z_{1,2}^+ \\ z_{2,2}^- \leq g_{21}g_{11} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{21}g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] + g_{22}g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{22}^2 [\hat{x}_{2,1}^-; \hat{x}_{2,1}^+] \leq z_{2,2}^+ \end{cases} \quad (14)$$

Об'єднуючи системи інтервальних рівнянь для  $k=1,2$ , відповідно (12) та (14), отримаємо інтервальну систему алгебричних рівнянь для ідентифікації параметрів  $g_{11}$ ,  $g_{12}$ ,  $g_{21}$ ,  $g_{22}$  лінійної динамічної системи, описаної рівняннями (10):

$$\begin{cases} z_{1,1}^- \leq g_{11} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \leq z_{1,1}^+ \\ z_{2,1}^- \leq g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{22} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \leq z_{2,1}^+ \\ z_{1,2}^- \leq g_{11}^2 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{11}g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] + g_{12}g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{12}g_{22} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \leq z_{1,2}^+ \\ z_{2,2}^- \leq g_{21}g_{11} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{21}g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] + g_{22}g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{22}^2 [\hat{x}_{2,1}^-; \hat{x}_{2,1}^+] \leq z_{2,2}^+ \end{cases} \quad (15)$$

Як видно, навіть для ідентифікації лінійного дискретного динамічного об'єкта за умов включення (5), які є по суті критерієм узгодження спостережуваних значень виходу із прогнозованими, отримана інтервальна система алгебричних рівнянь є нелінійною, що суттєвим чином ускладнює алгоритми параметричної ідентифікації. Зокрема, відомо [6], що розв'язком таких систем є не опукла область. Цей факт виключає можливість використання методів лінійного програмування для оцінювання їх розв'язків. До того ж очевидно, що подальше урахування дискретних значень спостережень за вихідними змінними суттєвим чином ускладнить інтервальну систему алгебричних рівнянь у вигляді (15).

Далі розглянемо графічну ілюстрацію розв'язку таких інтервальних систем. Подібні дослідження проведені для задачі параметричної ідентифікації лінійного різницевого оператора [5]. Однак у випадку моделювання динамічних систем з великою кількістю змінних стану розв'язування інтервальної системи алгебричних рівнянь суттєво ускладнюється.

Для графічної ілюстрації розв'язку отриманої інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь (ICNAP) (15) скористаємося прикладом ідентифікації динаміки шкідливих викидів потоку автотранспорту з постійною інтенсивністю.

Розглядається прогноз концентрацій двох шкідливих речовин, діоксиду азоту та пилу, у напрямі перпендикулярному до дороги за умови лінійного джерела шкідливих викидів. Результати вимірювань цих концентрацій для трьох дискрет із урахуванням початково заданої, наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

**Результати вимірювань шкідливих речовин: діоксиду азоту та пилу**

№ Дискрети	Інтервальні значення концентрації діоксиду азоту	Інтервальні значення концентрації пилу
K	$[z_{1,k}] = [z_{1,k}^-; z_{1,k}^+]$	$[z_{2,k}] = [z_{2,k}^-; z_{2,k}^+]$
0	[30, 2; 40, 8]	[38, 5; 48, 5]
1	[45, 3; 55, 7]	[43, 3; 55, 7]
2	[47, 3; 57, 7]	[33, 4; 37, 6]

Такий процес описують автономною системою із двох лінійних різницевих рівнянь у вигляді (10) із заміною  $g_{22} = 0$  [5]. З урахуванням даних таблиці 1 інтервальна система (15) для ідентифікації параметрів  $g_{11}$ ,  $g_{12}$ ,  $g_{21}$  моделі лінійної динамічної системи для прогнозування викидів діоксиду азоту та пилу матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} 45,3 \leq g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{12} [42, 35; 43, 65] \leq 58,7 \\ 43,3 \leq g_{21} [33, 22; 36, 78] \leq 55,7 \\ 47,3 \leq g_{11}^2 [33, 22; 36, 78] + g_{11}g_{12} [42, 35; 43, 65] + g_{12}g_{21} [33, 22; 36, 78] + g_{12}^2 \leq 57,7 \\ 33,4 \leq g_{21}g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{21}g_{12} [42, 35; 43, 65] \leq 37,6 \end{cases} \quad (16)$$

На рис. 1 зображено отриманий розв'язок перших двох рівнянь системи (16). Оскільки перших два інтервальних рівняння цієї системи є лінійними, то їх розв'язок у просторі параметрів є опуклим многогранником.

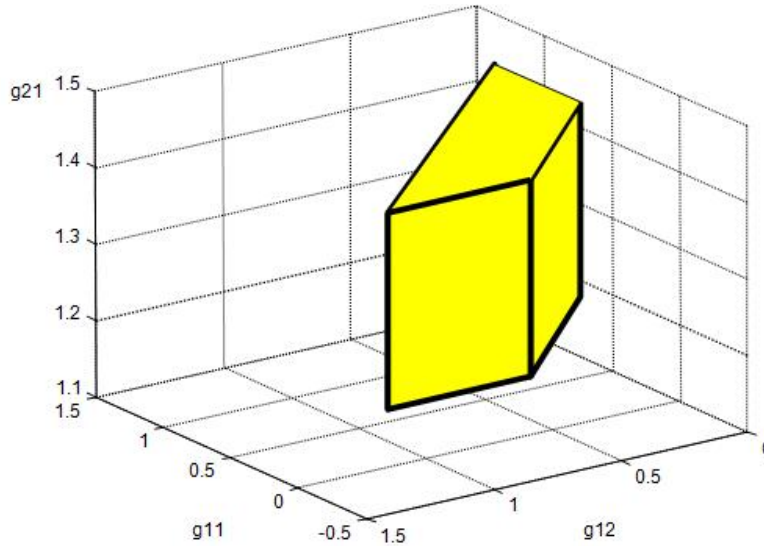


Рис. 1. Розв'язок перших двох рівнянь ІСНАР (16)

Інакша ситуація із розв'язком третього інтервального рівняння системи (16) у вигляді:

$$47,3 \leq g_{11}^2 [33, 22; 36, 22] + g_{11}g_{12} [42, 35; 43, 65] + g_{12}g_{21} [33, 22; 36, 78] + g_{12}^2 [42, 35; 43, 65] \leq 57,7 .$$

Аналіз цього рівняння показує, що в просторі параметрів  $g_{11}, g_{12}, g_{21}$  його розв'язком є незамкнена область, обмежена парами поверхонь, утворених гіперболоїдами.

На рис. 2 наведено розв'язок перших трьох рівнянь ІСНАР (16), отриманий із використанням ППП Matlab.

Із проведеного аналізу випливає, що задача параметричної ідентифікації моделі дискретної динамічної лінійної чи нелінійної систем із заданою точністю, в межах граничних похибок оцінювання вихідних змінних за результатами спостережень, є достатньо складною задачею пошуку неопуклої області розв'язків ІСНАР.

Із проведеного аналізу також можна зробити такі узагальнення:

1) задача параметричної ідентифікації лінійної чи нелінійної динамічної системи з урахування початкових умов у вигляді інтервально заданих наближень початкових дискретних значень прогнозованої характеристики є задачею розв'язку інтервальної системи нелінійних рівнянь;

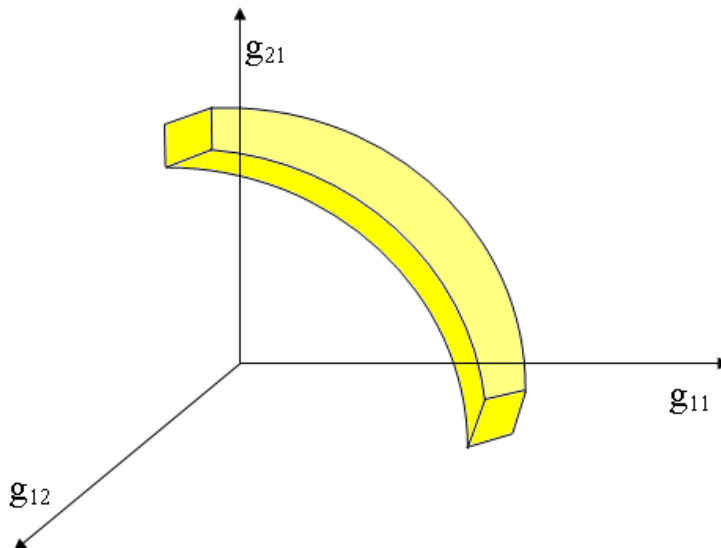


Рис. 2. Не опукла область розв'язків ІСНАР (16)

2) розв'язком цієї задачі є неопукла область оцінок параметрів динамічної системи;

3) актуальним є аналіз та розробка простих з погляду обчислювальної складності можливих обчислювальних схем для розв'язання вказаної задачі.

Аналіз існуючого методу параметричної ідентифікації інтервальних дискретних моделей лінійних динамічних систем на основі процедур випадкового пошуку

Для оцінок параметрів лінійної та нелінійної динамічної системи модифіковано метод та алгоритм,

які описані у праці [2] шляхом введення процедури оптимального настроювання алгоритму пошуку допустимого розв'язку.

На відміну від методу, наведеного у праці [2], кожна l+1-а ітерація процедури пошуку оцінок параметрів складатиметься з чотирьох кроків:

Крок 1. Генерування випадкового вектора  $\xi$  в околі радіусом r :

$$\mathbf{\xi}_l = r \cdot \left( \frac{\Delta g_{1l}}{R_l}, \frac{\Delta g_{2l}}{R_l}, \mathbf{K}, \frac{\Delta g_{nl}}{R_l}, \frac{\Delta q_l}{R_l} \right), \quad (17)$$

де  $\Delta g_{1l}, \Delta g_{2l}, \mathbf{K}, \Delta g_{nl}, \Delta q_l$  – випадкові числа, згенеровані відповідно до рівномірного закону розподілу на інтервалі  $[-1;1]$ ;

$$R_l = \sqrt{\Delta g_{1l}^2 + \Delta g_{2l}^2 + \mathbf{K} + \Delta g_{nl}^2 + \Delta q_l^2}.$$

Крок 2. Обчислення нового наближення  $\mathbf{g}_{l+1}$ :

$$\mathbf{g}_{l+1} = \mathbf{g}_l + \mathbf{\xi}_l. \quad (18)$$

Крок 3. Перевірка “якості” отриманого наближення:

$$\|\mathbf{g}_{l+1} - \mathbf{g}_{dop}\| \leq \|\mathbf{g}_l - \mathbf{g}_{dop}\|. \quad (19)$$

Якість отриманого наближення визначаємо за формулою [6]:

$$\delta_{l+1} = \max_{k+1=1, \dots, m} \left\{ \text{wid}([\hat{x}_{ik+1}^{l+1}]) - \text{wid}([\hat{x}_{ik+1}^{l+1}] \cap [z_{ik+1}]) \right\}, \quad (20)$$

де  $\hat{x}_{ik+1}^{l+1}$  та  $z_{ik+1}$  – компоненти вектора прогнозованих значень змінних стану для l+1 ітерації процедури та оцінок змінних стану, отриманих за результатами спостережень за вихідними змінними, відповідно;  $\text{wid}(\bullet)$  – операція виділення ширини інтервалу.

Крок 4. Настроювання параметра пошуку r за умови:

$$\|\mathbf{g}_{l+1} - \mathbf{g}_{dop}\| - \|\mathbf{g}_l - \mathbf{g}_{dop}\| \xrightarrow{r} \max. \quad (21)$$

і перехід на крок 1.

При цьому на кожній ітерації необхідно досягати  $\delta_{l+1} < \delta_l$ . Умовою завершення процедури є:  $\delta_{l+1} = 0$ .

Із формули (21) видно, що „якість“ нового наближення залежить від згенерованого випадковим чином вектора  $\mathbf{\xi}_l$ , зокрема від оптимального вибору параметра пошуку r. Для настроювання параметра r використовується метод дихотомії, який описано в праці [3].

Збіжність методу покращилась, але призвела до суттєвого підвищення обчислювальної складності. В той же час аналіз алгоритмічної реалізації методу показав, що фактично в процесі параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем оптимізується деяка дискретна функція мети  $\delta(l)$  за обмежень заданих ІСНАР, де на кожному l кроці алгоритмічної реалізації за умов збіжності досягається її мінімальне значення.

Тому вище зазначену задачу можна розглянути із використанням невизначених множників Лагранжа.

Аналіз задачі параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем з інтервальною невизначеністю, як оптимізаційної задачі на основі невизначених множників Лагранжа

Задачу параметричної ідентифікації нелінійної дискретної системи, сформульовану у вигляді задачі оцінювання хоча б одного розв'язку ІСНАР, слід розв'язувати, користуючись відомими методами, розробленими в інтервальному аналізі [2,3]. Практично всі методи інтервального аналізу, які використовують для розв'язування такого типу задач, на першій ітерації вимагають знаходження хоча б одного розв'язку ІСНАР (8) [2].

Користуючись аналогією із методами інтервального оцінювання розв'язків ІСЛАР, де широко застосовують методи лінійного програмування для знаходження гарантованих інтервальних оцінок та допускових точкових і множинних оцінок із розв'язку задач ЛПІ, сформулюємо задачу оцінювання розв'язку ІСНАР (8) у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 & \hat{g}_i \rightarrow \min(\max) \\
 & [\hat{x}_{k=0}] = [x_0] \subseteq [z_0] \\
 & z_{1\ k+1}^- \leq f_1(\mathbf{g}_1, \mathbf{q}_1, [x_k], u_k) \leq z_{1\ k+1}^+ \\
 & \mathbf{M} \\
 & z_{i\ k+1}^- \leq f_i(\mathbf{g}_i, \mathbf{q}_i, [x_k], u_k) \leq z_{i\ k+1}^+ \\
 & \mathbf{M} \\
 & z_{m\ k+1}^- \leq f_m(\mathbf{g}_m, \mathbf{q}_m, [x_k], u_k) \leq z_{m\ k+1}^+, k = 0, \dots, N-1 \\
 & [\hat{x}_{1\ k+1}] = f_1(\mathbf{g}_1, \mathbf{q}_1, [x_k], u_k) \\
 & \mathbf{M} \\
 & [\hat{x}_{i\ k+1}] = f_i(\mathbf{g}_i, \mathbf{q}_i, [x_k], u_k) \\
 & \mathbf{M} \\
 & [\hat{x}_{m\ k+1}] = f_m(\mathbf{g}_m, \mathbf{q}_m, [x_k], u_k)
 \end{aligned} \tag{24}$$

Сформульована задача, з достатньо простою лінійною цільовою функцією та нелінійними обмеженнями, в цілому є задачею нелінійного програмування, яку можна розв'язати методами умовної оптимізації. Хоча область допустимих розв'язків такої задачі є не опуклою, але цільова функція лінійною. Можна стверджувати, що розв'язок задачі (24) умовної оптимізації досягається на межі допустимої області, як це проілюстровано на рис. 3, побудованого для даного прикладу.

Тоді задачу (24) з обмеженнями – нерівностями можна переписати у еквівалентному вигляді задачі оптимізації із обмеженнями – рівностями:

$$\begin{aligned}
 & \hat{g}_i \rightarrow \min(\max) \\
 & [x_{k=0}] = [x_0] \subseteq [z_0] \\
 & z_{1\ k+1}^- = f_1(\mathbf{g}_1, \mathbf{q}_1, [x_k], u_k) \\
 & z_{1\ k+1}^+ = f_1(\mathbf{g}_1, \mathbf{q}_1, [x_k], u_k) \\
 & \mathbf{M} \\
 & z_{i\ k+1}^- = f_i(\mathbf{g}_i, \mathbf{q}_i, [x_k], u_k) \\
 & z_{i\ k+1}^+ = f_i(\mathbf{g}_i, \mathbf{q}_i, [x_k], u_k) \\
 & \mathbf{M} \\
 & z_{m\ k+1}^- = f_m(\mathbf{g}_m, \mathbf{q}_m, [x_k], u_k) \\
 & z_{m\ k+1}^+ = f_m(\mathbf{g}_m, \mathbf{q}_m, [x_k], u_k) \\
 & [\hat{x}_{1\ k+1}] = f_1(\mathbf{g}_1, \mathbf{q}_1, [x_k], u_k) \\
 & \mathbf{M} \\
 & [\hat{x}_{i\ k+1}] = f_i(\mathbf{g}_i, \mathbf{q}_i, [x_k], u_k) \\
 & \mathbf{M} \\
 & [\hat{x}_{m\ k+1}] = f_m(\mathbf{g}_m, \mathbf{q}_m, [x_k], u_k), k = 0, \dots, N-1.
 \end{aligned} \tag{25}$$



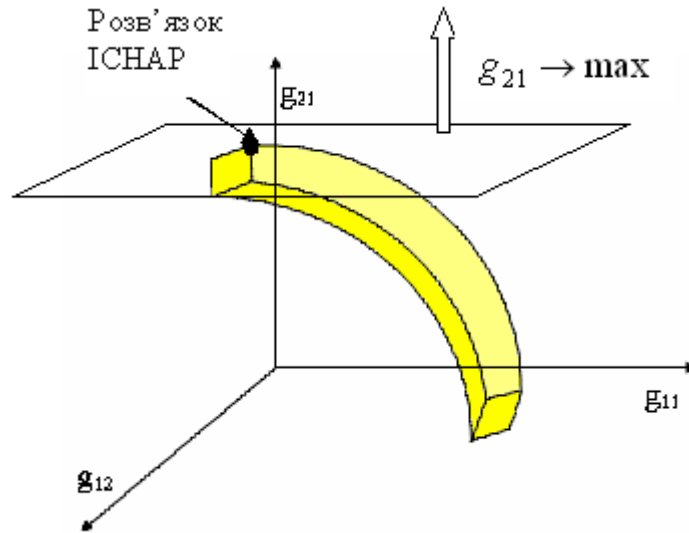


Рис. 3. Ілюстрація розв'язку задачі умовної оптимізації (26)

Як видно із (25), дану задачу умовної оптимізації можна звести до задачі безумовної оптимізації із використанням методу невизначених множників Лагранжа [5]. Слід зауважити, що це є практично єдиний серед найкращих методів розв'язування даної задачі. Не порушуючи загальності, але для спрощення аналізу складності розв'язання даної задачі безумовної оптимізації розглянемо її формулювання на даному прикладі, тобто на прикладі ідентифікації лінійної динамічної системи з двома змінними стану, що описують динаміку концентрацій шкідливих викидів. Для ідентифікації параметрів цієї системи використовуємо ІСНАР (16), сформовану всього для двох дискретних значень спостережень за концентраціями шкідливих викидів. Отже, математично дана задача матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 & \hat{g}_{11} \rightarrow \max \\
 & 45,3 \leq g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{12} [42, 35; 43, 65] \leq 58,7 \\
 & 43,3 \leq g_{21} [33, 22; 36, 78] \leq 55,7 \\
 & 47,3 \leq g_{11}^2 [33, 22; 36, 78] + g_{11}g_{12} [42, 35; 43, 65] + g_{12}g_{21} [33, 22; 36, 78] + g_{12}^2 \leq 57,7 \\
 & 33,4 \leq g_{21}g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{21}g_{12} [42, 35; 43, 65] \leq 37,6.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Перетворимо обмеження нерівності у (19-26) до обмежень у вигляді рівнянь, отримаємо:

$$\begin{aligned}
 & \hat{g}_{11} \rightarrow \max \\
 & g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{12} [42, 35; 43, 65] - 45,3 = 0 \\
 & g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{12} [42, 35; 43, 65] - 58,7 = 0 \\
 & g_{21} [33, 22; 36, 78] - 43,3 = 0 \\
 & g_{21} [33, 22; 36, 78] - 55,7 = 0 \\
 & g_{11}^2 [33, 22; 36, 78] + g_{11}g_{12} [42, 35; 43, 65] + g_{12}g_{21} [33, 22; 36, 78] + g_{12}^2 - 47,3 = 0 \\
 & g_{11}^2 [33, 22; 36, 78] + g_{11}g_{12} [42, 35; 43, 65] + g_{12}g_{21} [33, 22; 36, 78] + g_{12}^2 - 57,7 = 0 \\
 & g_{21}g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{21}g_{12} [42, 35; 43, 65] - 33,4 = 0 \\
 & g_{21}g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{21}g_{12} [42, 35; 43, 65] - 37,6 = 0
 \end{aligned}$$

Побудуємо функцію Лагранжа для отриманої задачі оптимізації:

$$\begin{aligned}
 & F(\hat{g}_{11}, \hat{g}_{12}, \hat{g}_{21}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8) = \\
 & = \hat{g}_{11} - \lambda_1 (g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{12} [42, 35; 43, 65] - 45,3) - \lambda_2 (g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{12} [42, 35; 43, 65] - 58,7) - \\
 & \quad \lambda_3 (g_{21} [33, 22; 36, 78] - 43,3) - \lambda_4 (g_{21} [33, 22; 36, 78] - 55,7) - \\
 & \quad - \lambda_5 (g_{11}^2 [33, 22; 36, 78] + g_{11}g_{12} [42, 35; 43, 65] + g_{12}g_{21} [33, 22; 36, 78] + g_{12}^2 - 47,3) - \\
 & \quad - \lambda_6 (g_{11}^2 [33, 22; 36, 78] + g_{11}g_{12} [42, 35; 43, 65] + g_{12}g_{21} [33, 22; 36, 78] + g_{12}^2 - 57,7) - \\
 & \quad - \lambda_7 (g_{21}g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{21}g_{12} [42, 35; 43, 65] - 33,4) - \\
 & \quad - \lambda_8 (g_{21}g_{11} [33, 22; 36, 78] + g_{21}g_{12} [42, 35; 43, 65] - 37,6),
 \end{aligned}$$

де  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8$  – невизначені множники Лагранжа.

В кінцевому варіанті еквівалентна система нелінійних інтервальних алгебричних рівнянь, розв'язок якої збігається із розв'язком задачі параметричної ідентифікації лінійної дискретної динамічної системи (26), матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 & 1 - \lambda_1[33,22;36,78] - \lambda_2[33,22;36,78] - \\
 & - 2\lambda_5 g_{11}[33,22;36,78] + \lambda_5 g_{12}[42,35;43,65] - 2\lambda_6 g_{11}[33,22;36,78] + \lambda_6 g_{12}[42,35;43,65] - \\
 & - \lambda_7 g_{21}[33,22;36,78] - \lambda_8 g_{21}[33,22;36,78] = 0, \\
 & \lambda_1[42,35;43,65] - \lambda_2[42,35;43,65] - \lambda_5(g_{11}[42,35;43,65] + g_{21}[33,22;36,78] + 2g_{12}) - \\
 & - \lambda_6(g_{11}[42,35;43,65] + g_{21}[33,22;36,78] + 2g_{12}) - \lambda_7(g_{21}[42,35;43,65]) - \\
 & - \lambda_8(g_{21}[42,35;43,65]) = 0, \\
 & -\lambda_3(g_{11}[33,22;36,78]) - \lambda_4(g_{11}[33,22;36,78]) - \lambda_5(g_{12}[33,22;36,78]) - \lambda_6(g_{12}[33,22;36,78]) - \\
 & - \lambda_7(g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65]) - \lambda_8(g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65]) = 0, \\
 & -(g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65] - 45,3) = 0 \\
 & -(g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65] - 58,7) = 0 \\
 & -(g_{21}[33,22;36,78] - 43,3) = 0 \\
 & -(g_{21}[33,22;36,78] - 55,7) = 0 \\
 & -(g_{11}^2[33,22;36,78] + g_{11}g_{12}[42,35;43,65] + g_{12}g_{21}[33,22;36,78] + g_{12}^2 - 47,3) = 0 \\
 & -(g_{11}^2[33,22;36,78] + g_{11}g_{12}[42,35;43,65] + g_{12}g_{21}[33,22;36,78] + g_{12}^2 - 57,7) = 0 \\
 & -(g_{21}g_{11}[33,22;36,78] + g_{21}g_{12}[42,35;43,65] - 33,4) = 0 \\
 & -(g_{21}g_{11}[33,22;36,78] + g_{21}g_{12}[42,35;43,65] - 37,6) = 0.
 \end{aligned}$$

Зауважимо, що отримана система є інтервальною системою дещо простішою за «не лінійністю» від системи обмежень для базової задачі (26), проте включає набагато більше рівнянь. Тому використання розглянутого підходу для оцінювання вектора параметрів моделі динамічної системи та вектора параметрів управлінь втрачає сенс.

У цілому, в результаті оцінювання розв'язків ІСНАР (9), розв'язок якої збігається із розв'язком задачі параметричної ідентифікації лінійної дискретної динамічної системи із заданою точністю, зводимо до задачі розв'язування достатньо складної задачі розв'язування інтервальної системи нелінійних алгебричних  $m^*m+m^*p+2m^*k$  рівнянь, які є похідними функції Лагранжа, прирівняними до нуля із невідомими параметрами  $\underline{g}_i$  моделі системи, управлінь  $\underline{q}_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  та  $2m^*k$  невизначеними множниками Лагранжа. Очевидно, що такий підхід не може бути використаний для розв'язання задачі параметричної ідентифікації багатовимірних дискретних лінійних та нелінійних динамічних систем за умов високої розмірності та/або з десятками дискретних значень спостережень. Крім того, для розв'язування отриманої системи нелінійних алгебричних рівнянь чисельними методами необхідно в аналітичному вигляді сформулювати систему обмежень у вигляді ІСНАР. Як видно із розглянутої рекурентної схеми формування ІСНАР, для великої кількості інтервальних даних (тобто дискрет) це стає не реальним.

За цих умов доцільно побудувати обчислювальну схему параметричної ідентифікації нелінійного динамічного об'єкта з урахуванням рекурентної схеми введення обмежень на параметри із заміною перевірки цих обмежень чисельними методами.

### Висновки

Розглянуто задачу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем з інтервальною невизначеністю. Встановлено, що зазначена задача є задачею знаходження хоча б одного розв'язку ІСНАР.

Проведено аналіз існуючого методу параметричної ідентифікації на основі 3-х крокових процедур із використанням випадкового пошуку вектора параметрів. Встановлено, що існуючий метод відзначається високою обчислювальною складністю через введення оптимізаційної процедури настроювання кроку при пошуку параметрів.

Як альтернативу запропоновано та проаналізовано метод параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем із застосуванням в оптимізаційних процедурах методу невизначених множників Лагранжа. Показано, що зазначений підхід призводить до суттєвого зростання обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації.

Як підсумок запропоновано подальший розвиток методу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем в напрямку введення оптимізованих процедур випадкового пошуку.

Література

1. Дивак М.П. Використання насиченого експерименту для оцінювання параметрів інтервальної моделі при аналізі інтервальних даних // Міжвузівський науково-технічний журнал Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 1999. – № 2. – с.33-36.
2. Дивак М. П. Оптимальна процедура настроювання параметрів методу ідентифікації інтервальної дискретної моделі динамічної системи / М. П. Дивак, Є. О. Марценюк, І. Ф. Матола // Відбір і обробка інформації : Міжвідомчий збірник наукових праць. – Вип. 27 (103). – 2007. – С. 17– 24.
3. Дивак М. П. Моделювання лінійних динамічних систем із заданою структурою каналу вимірювання методами аналізу інтервальних даних / М. П. Дивак, А. В. Пукас, Є. О. Марценюк, І. Ф. Войтюк // Моделювання та керування станом еколого-економічних систем регіону : Збірник праць. Відпов. редактор д.т.н. Степашко В. С. – Київ : МННЦ ІТЦ, 2008. – С. 79– 91.
4. Кунцевич В., Лычак М. Получение гарантированных оценок в задачах параметрической идентификации // Автоматика. – 1982. – № 4. – с.49– 59.
5. Дивак Т.М., Марценюк Є. О. Особливості розв'язку задач параметричної ідентифікації динамічних систем в умовах інтервальної невизначеності / Т.М.Дивак, Є. О. Марценюк // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2010. – Т. 12, № 1. – С. 30– 38.
6. Шарый С.П. Интервальный анализ: прошлое, настоящее и будущее // Наука в Сибири. – 1997. – № 41 (2127). – С.3.

Надійшла до редакції  
13.2.2013 р.

УДК 656.7.01:389:621.396.67(045)

**В. П. ХАРЧЕНКО, В. А. ШВЕЦЬ**

Національний авіаційний університет

## ЗАСТОСУВАННЯ ТРИКУТНОЇ СХЕМИ РОЗТАШУВАННЯ ВИПРОМІНЮВАЧІВ В ВИМІРЮВАЛЬНИХ АНТЕННИХ РЕШІТКАХ СУПУТНИКОВИХ АЕРОНАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

В роботі доведено можливість створення антенної решітки за трикутною схемою розташування випромінювачів. Використовуючи вагові коефіцієнти можливо керувати діаграмою спрямованості антенної решітки. Використання трикутної сітки дозволяє зменшити число випромінювачів від 30% до 50%, а відповідно і апаратні витрати в порівнянні з числом елементів і апаратних витрат з прямокутною сіткою.

Ключові слова: антенна решітка, діаграма спрямованості.

*It is proved the possibility of creating a triangular lattice antenna location of the radiators. Using weights can be controlled radiation pattern array. Using the triangular mesh to reduce the number emitters from 30% to 50%, and therefore the hardware costs compared with the number of elements and hardware costs with a rectangular grid.*

**Keywords:** antenna array, diagram of orientation.

### Вступ

Актуальність питань дослідження впливу завад та підвищення завадостійкості апаратури супутникової навігації стає все більш значною по мірі розширення сфери застосування супутникових технологій. Особлива увага їй приділяється при використанні систем GNSS в авіації.

Різноманіття джерел завад обумовлює цілий ряд напрямів боротьби з ними.

Найбільш дієвим способом усунення завад на сьогоднішній день визнано застосування адаптивних антенних систем (ААС), де одним з головних елементів є антенна решітка (АР).

Адаптивна решітка, використовуючи інформацію про хвильовий фронт завади проводить вимірювання напрямку на джерело завади (азимут, кут місця), процесор ААС обчислює вагові коефіцієнти і за допомогою АР формує "нуль" в діаграмі спрямованості на джерело перешкод.

Таким чином можна підвищити завадостійкість супутникових аеронавігаційних систем.

Але ж АР конструюються за прямокутною схемою розташування випромінювачів.

### Мета роботи

Метою даної роботи є проведення досліджень з оптимізації АР, для зменшення апаратних витрат без втрати точності проведених вимірювань кутових координат джерела завади.

### Рішення

З аналізу конструкції АР з прямокутною схемою розташування, видно, що кількість випромінювачів зростає з квадратичною залежністю і це тягне за собою зростання каналів управління з тієї ж залежністю. Але дані з [1], кажуть, що при кількості джерел перешкод більше 10 застосування адаптивних АР (ААР) стає не ефективним, тоді АР з кількістю елементів 4×4 і вище несуть в собі апаратну надмірність, від якої необхідно позбавлятися, тобто АР необхідно оптимізувати за конструктивними параметрами.

В якості параметра оптимізації візьмемо кількість випромінювачів АР, від їх кількості безпосередньо залежить кількість каналів керування в ААР.