УДК 517.9, 519.876.5, 663.452.2

Піговський Ю. Р.

АДАПТИВНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НЕЧІТКИХ ПРОЦЕСІВ В СИСТЕМАХ МОНО-ІЄРУСАЛИМСЬКОГО

Тернопільський національний економічний університет,
Факультет комп'ютерних інформаційних технологій

В даній статті описано адаптивну нечітку математичну модель, яка дозволяє враховувати невизначеність в перебігу технологічних процесів, що описуються системами Моно-Ієрусалимського. Розроблена нечітка модель базується на агрегаті точкових термокерованих систем Моно-Ієрусалимського. Вона дозволяє будувати прогноз динаміки змінних стану процесу у вигляді нечітких оцінок під дією довільних температурних управлінь, а також адаптивно уточнює побудовані оцінки у міру нагромадження експериментальних спостережень.

Вступ

Розвиток біотехнологій відновлення енергетичних та природніх ресурсів, харчової і фармацевтичної промисловостей пов'язаний з дослідженнями періодичних процесів культивації систем мікроорганізмів. Їх динаміка описується сімейством термокерованих моделей зі структурою Моно-Ієрусалимського [1–5]:

$$\begin{cases} X'(t) = H_1[1,T(t)]H_G[T(t),S(t),P(t)]X(\\ \qquad -H_2[1,T(t)]X(t), \\ S'(t) = -H_3[1,T(t)]\dfrac{S(t)}{H_4[1,T(t)]+S(t)}X(\\ P'(t) = -H_5[1,T(t)]S'(t), \\ P'_{BS}(t) = -H_6[1,T(t)]S'(t), \\ P'_{BU}(t) = \quad -H_7[-1,S(t)]S'(t) - \\ \qquad -H_8[-1,-T(t)]P_{BU}(t), \end{cases} \tag{1}$$

$$X(0) = X_0, \quad S(0) = S_0, \quad P(0) = 0, \tag{2}$$

де $X(t)$ — концентрація мікроорганізмів, $S(t)$ — концентрація поживного субстрату, $P_{BS}(t)$, $P_{BU}(t)$ — концентрації монотонних та немонотонних побічних продуктів процесу [6], $H_G[S(t),P(t)]$ — передавальна функція зворотнього зв'язку, що описує залежність швидкості росту мікроорганізмів від інтенсивності основного виходу $P(t)$, $H_i[\alpha,K]$ — функції Арреніуса, що описують залежність модельних параметрів від температури:

$$H_i[\alpha,K] = \exp\left(C_i + E_i K^{-\alpha}\right), \tag{3}$$

де C_i — середнє значення енергії молекул середовища, E_i — енергія активації, K — температура в градусах Кельвіна, α — константа.

На даний час побудовано сімейство моделей на базі структури (1), (2) при різних формах передавальної функції $H_G[S(t),P(t)]$. Зокрема можна відзначити моделі Торо [1], Хіншельвуда [2], Ієрусалимського [3], Бергтера [4] та модифіковану модель Хіншельвуда [5].

Для прогнозування динаміки процесів з використанням моделей сімейства (1), (2) на основі передавальної функції зворотнього зв'язку $H_G[S(t),P(t)]$ необхідно провести їх параметричну ідентифікацію. Оскільки в більшості промислових виробництв спостереження за ходом процесу ведуться лише через вимірювання концентрації субстрату $S(t)$, а концентрація мікроорганізмів $X(t)$ та інтенсивність основного виходу $P(t)$ є

неспостережуваними змінними стану [6, 7], то ідентифікацію системи необхідно проводити лише за спостережуваними траєкторіями концентрації субстрату $S(t)$, які носять монотонно спадний характер.

Параметрична ідентифікація частково спостережуваної системи — це складна задача, розв'язання якої дозволяє використовувати моделі Моно в промислових умовах. Для її розв'язання на першому етапі розроблено метод ідентифікації автономного аналогу системи (1), (2), що описує поведінку системи в ізотермічних умовах. Одержані результати служать хорошим початковим наближенням для методу ідентифікації керованої системи. Розроблені методи параметричної ідентифікації включають спеціальну процедуру початкового оцінювання модельних параметрів автономної системи, метод дзеркального відображення від'ємних значень коефіцієнтів для врахування їх природніх обмежень, спеціальну функцію мети, а також схеми розбиття загальної задачі ідентифікації на послідовність підзадач з меншою розмірністю, що докладно описано в [8, 9].

Дослідження ефективності методів параметричної ідентифікації показали, що всі перелічені моделі сімейства (1), (2) на основі передавальної функції зворотнього зв'язку $H_G[S(t), P(t)]$ забезпечують практично однакову точність. Тому за критерієм простоти представлення для подальших досліджень слід рекомендувати модель на основі передавальної функції Торо:

$$H_G[S(t), P(t)] = \frac{S(t)}{A_S + P(t)}. \qquad (4)$$

Ідентифікована термокерована система Моно-Ієрусалимського дозволяє прогнозувати динаміку технологічних процесів. Проте перебіг процесів в промислових умовах характеризується суттєвою невизначеністю.

Врахування невизначеності процесів в системах Моно-Ієрусалимського

Розглянемо вплив невизначеності на перебіг процесів в системах Моно-Ієрусалимського. На рис. 1 показано графіки траєкторій змінної стану $S(t)$ для ряду процесів, що відбувалися при однакових значеннях контрольованих параметрів. Видно суттєве розходження значень змінної $S(t)$ до 49.09% по відношенню до початкового значення $S_0 = 110$. Подібні спостереження невизначеності процесів наведено в [6, 7].

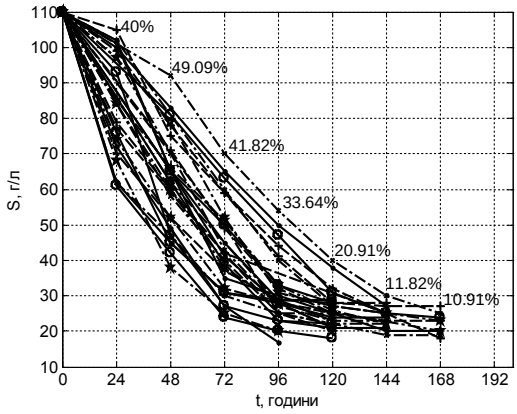

Рис. 1. Характер невизначеності процесу.

Для врахування невизначеності змінних стану процесу побудовано нечітку модель, яка базується на агрегаті точкових термокерованих систем Моно-Ієрусалимського (1), (2). Агрегат будується шляхом параметричної ідентифікації термокерованих систем Моно-Ієрусалимського по точкових траєкторіях змінної стану $S(t)$ всіх раніше спостережуваних технологічних процесів за допомогою розробленої в [8, 9] процедури параметричної ідентифікації. На основі агрегату виділяється середня траєкторія технологічного процесу $\bar{S}(t)$ та її верхня $S^+(t)$ і нижня $S^-(t)$ межі. Таким чином утворюється початковий інтервал $[S^-(t), S^+(t)]$:

$$S^+(t) = \bar{S}(t) + \Delta S^0(t), \qquad (5)$$

$$S^-(t) = \bar{S}(t) - \Delta S^0(t), \qquad (6)$$

в межі якого потрапляють траєкторії змінної стану $S(t)$ всіх раніше спостережуваних технологічних процесів. При прогнозуванні динаміки нового технологічного процесу робиться припущення, що траєкторія його змінної стану $S(t)$ лежить в межах побудованого інтервалу, причому прогнозне значення $S(t)$ в кожен момент часу описується нечіткою множиною. Для обрання форми функції належності цієї нечіткої множини проаналізуємо вибірку експериментальних спостережень динаміки технологічних процесів. Ця вибірка складається з 30 траєкторій змінної стану $S(t)$ різних процесів при однакових значеннях контрольованих параметрів. Як видно з рис. 1 траєкторії вибірки характеризуються помітним згущенням у центрі. Коли розбити початковий інтервал $[S^-(t), S^+(t)]$ на 7 рівних підінтервалів і порахувати кількість траєкторій, що проходять у їх межах, то одержимо гістограму, зображену на рис. 2.

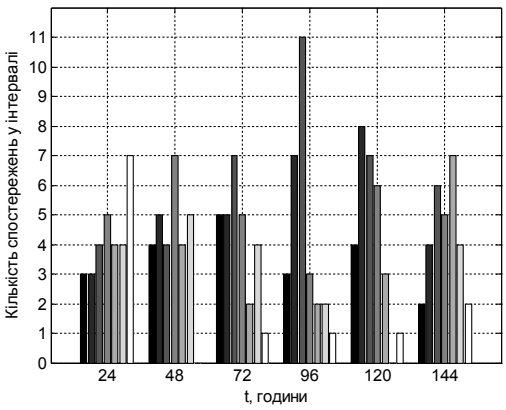

Рис. 2. Гістограми кількості попадань траєкторій вибірки в підінтервали.

Гістограми на рис. 2 мають виражені піки, тобто в кожному випадку кількість попадань в той чи інший інтервал домінує над рештою. Таку поведінку процесу можна адекватно описати гаусівською або трикутною функцією належності. Зважаючи на обмеженість експериментальних спостережень обрано трикутну функцію належності, із найвищим значенням в середній точці на середній траєкторії (7), та мінімальними ненульовими значеннями на межах інтервалу (8):

$$\mu[\bar{S}(t)] = 1, \qquad (7)$$

$$\mu[S^-(t)] = \mu[S^+(t)] = 1/N_{traj}. \qquad (8)$$

Тут N_{traj} — загальна кількість точкових траєкторій вибірки. Ілюстрацію побудови функції належності наведено на рис. 3 для моменту часу 120 годин. Таким чином одержуємо часовий ряд нечітких множин концентрації субстрату $S(t)$ протягом часу процесу, що схематично показано на рис. 4 для моментів 48, 96 та 144 годин. Надалі часовий ряд нечітких множин будемо називати нечіткою траєкторією $S(t)$.

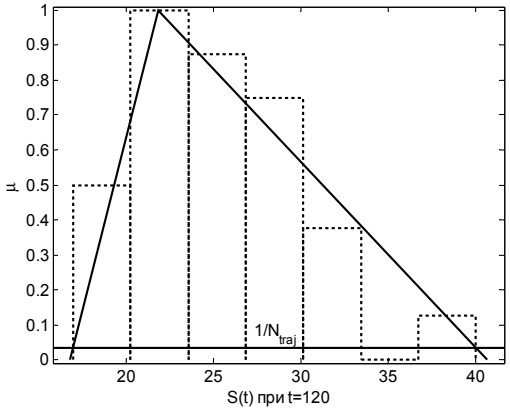

Рис. 3. Побудова функції належності нечіткої множини $S(t)$ при $t = 120$.

В момент часу 48 годин нижня межа трикутної функції належності дорівнює S_4, середня точка дорівнює S_2, а верхня межа — S_1. В час 96 годин верхня межа трикутної функції належності опускається нижче за середню попередньої функції належності до S_3, середня точка дорівнює нижній межі попередньої функції належності S_4, а нижня межа цієї функції дорівнює нульовому значенню інтенсивності $S(t)$. В час 144 годин верхня межа трикутної функції належності S_5 практично збігається з нижньою межею S_4 для функції належності в час 48 годин, середня точка дорівнює S_6, а нижня — нульовому

значенню. Показник S_0 означає інтенсивність виходу $S(t)$ в початковий момент часу $t=0$.

Побудована нечітка модель дозволяє прогнозувати динаміку змінних стану процесу $X(t)$, $S(t)$, $P(t)$, $P_{BS}(t)$ та $P_{BU}(t)$ під дією довільних температурних управлінь. Однак прогнозні оцінки цієї нечіткої моделі занадто розмиті (неточні), що може викликати труднощі при спробі їх практичного використання для задач управління процесом. Тому для адаптивного уточнення прогнозу в міру нагромадження спостережень динаміки процесу розроблено спеціальний підхід.

Уточнення модельних оцінок відбувається зі звуженням меж нечіткої траєкторії (5), (6). В рамках описаного підходу таке звуження можна здійснювати шляхом відкидання частини точкових траєкторій з агрегату на основі яких формується модельна оцінка. Побудову нечіткої адаптивної моделі здійснено на основі наступних принципів:

– існує неусувний рівень невизначеності процесу на початковій його стадії, що характеризується інтервалом $[\overline{S}-\Delta S^{1,-}, \overline{S}+\Delta S^{1,+}]$ в споживанні субстрату, який можна встановити експериментально;

– нехай через цей інтервал проходить *M* траєкторій, див. рис. 4. Вони визначають мінімальну потужність прогнозного агрегату. Вона може зменшуватись лише у випадку, якщо прогнозоване кінцеве значення деяких траєкторій агрегату більші ніж поточне значення, оскільки такий прогноз суперечив би природі процесу, яка характеризується монотонно спадним рівнем $S(t)$;

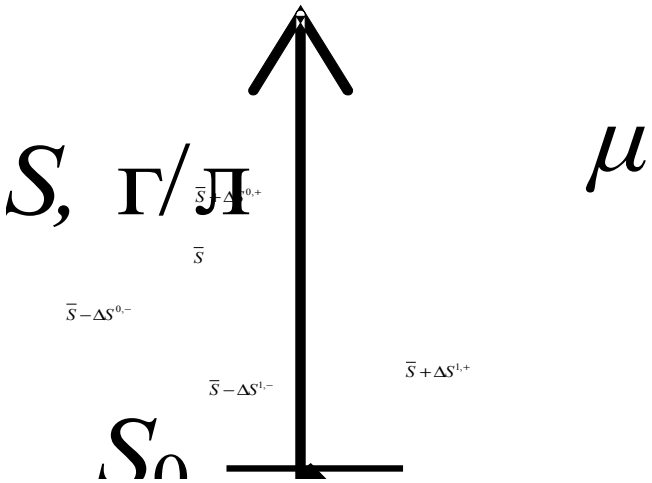

Рис. 4. Нечітка траєкторія субстрату $S(t)$ в періодичному реакторі.

– якщо поточне значення лежить вище (нижче) від середнього, так, що між ними є одна або декілька спостережуваних раніше траєкторій, то від агрегату точкових траєкторій відкидаємо необхідну кількість найвіддаленіших траєкторій згори (знизу). При цьому між новим середнім агрегату та поточним значенням не повинно міститись спостережуваних значень;

– існує початковий період $[0, t_{stable}]$, протягом якого нагромаджується передісторія процесу. При $t > t_{stable}$ динаміка спостережуваного процесу дозволяє зменшити невизначеність його прогнозу: якщо між поточним значенням та середнім немає спостережуваних, то в агрегаті залишаємо *M* або більше точкових траєкторій, так, щоб центральне розташування поточного значення зберігалося;

– коли спостережувані значення виходять за межі множини модельованих, то будується додаткова оцінка на період цього виходу; ця оцінка формується на основі множини ближніх екстремальних точок модельних траєкторій. Одне із відхилень оцінюваної траєкторії будуються лише по множині дальніх екстремальних точок для *M* модельних траєкторій без врахування часу стабілізації процесу; інше відхилення

будується на основі симетричного відображення отриманого відхилення відносно оціненого значення траєкторії;

– при поверненні траєкторії в множину модельованих додаткова оцінка замінюється на оцінку в останньому дискреті, що передував виходу і оновлюється згідно описаних правил.

Результати чисельних експериментів із адаптивною нечіткою моделлю

Для проведення експериментів використовуються спостереження за реальним технологічним процесом броварної промисловості, які включають 30 його реалізацій при різних температурних режимах. Ця сукупність була розбита на навчальну і контрольну вибірки по 22 та 8 реалізацій, відповідно. На основі ідентифікації траєкторій реалізацій навчальної вибірки побудовано агрегат точкових моделей, який використовується для прогнозування траєкторій контрольної вибірки при різних температурних режимах. В ході процесу прогноз уточнюється по мірі надходження нових експериментальних спостережень виходу $S(t)$, тоді як траєкторія виходу $X(t)$ не спостережувана в промислових умовах.

В ході чисельних експериментів оцінено неусувну невизначеність технологічного процесу, якій відповідає інтервал $S(t)\in[45,89]$ при температурі 12 ºС та початковому рівню субстрату $S_0=90$ на початковій стадії технологічного процесу при $t\in[0,24]$ години. На основі цього інтервалу для даного обсягу навчальної вибірки встановлено мінімальну кількість точкових моделей $M=10$, яка використовується при прогнозуванні конкретної траєкторії. При застосуванні меншого значення *M* переважна більшість траєкторій контрольної вибірки виходить за межі прогнозного коридору вже на перших кроках прогнозування.

На рис. 5 наведено типовий приклад прогнозу за агрегатом точкових моделей у випадку близького розташування експериментальних даних відносно середніх значень агрегату, зірочками позначено динаміку концентрації субстрату в ході процесу, пунктирними лініями побудовано коридор з використанням повної навчальної вибірки Θ_0, суцільними лініями показано, як адаптивна нечітка модель підвищує точність прогнозування. З рисунку видно, що очікувані значення (середні криві) при використанні та без використання алгоритму доволі близькі до справжньої траєкторії, проте алгоритм повертає краще наближення очікуваного значення. Верхня та нижня межі нечіткого прогнозування суттєво звужуються алгоритмом в проміжку з 48 по 144 години.

В табл. 1 наведено оцінки відносних обсягів інтервалів невизначеності прогнозування з використанням агрегованого прогнозу по повній навчальній вибірці (стрічка „Агрегований” напроти поля „Тип прогнозу”) та з використанням побудованої адаптивної нечіткої моделі (стрічка „Адаптивний”). В табл. 2 обчислено відносне звуження інтервалів невизначеності за рахунок адаптивних властивостей прогнозу нечіткої моделі.

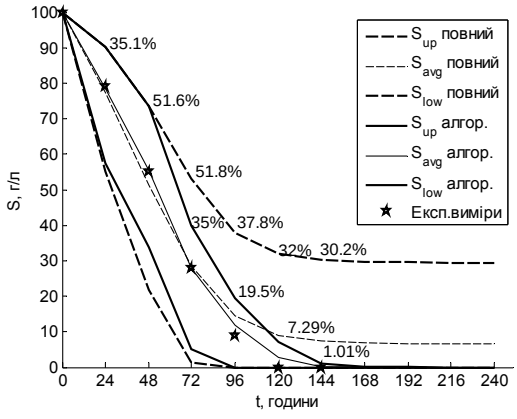

Рис. 5. Прогнозування типової реалізації технологічного процесу (експеримент № 1 в табл. 1 та 2).

Розглянемо детальніше одержані результати. Для першої реалізації, яку наведено на рис. 5 на початку процесу

при t=24 коридор несуттєво звужується на 7% (див. перший експеримент в табл. 2). Суттєвіше звуження відбувається в період $t \in [48;96]$, де коридор невизначеності зменшується спочатку на 30% при t=48, а до моменту t=96 коридор звужується майже вдвічі: 19.5% проти 37.8% (див. стовпчик t=96 для першого експерименту в табл. 1 та 2). В період $t \in [96;144]$ адативний прогноз дає суттєве звуження інтервалу невизначеності відносно агрегатного від 4 разів в час $t = 120$ і остаточно доходить до тридцятикратного звуження при $t = 144$. Шоста та сьома реалізації контрольної вибірки характеризуються динамікою аналогічною до першої реалізації (див. табл. 1, 2).

Таблиця 1. Відносні обсяги прогнозних інтервалів.

№ експерименту	Тип прогнозу	Часовий інервал від початку експерименту (години)					
		t=24	t=48	t=72	t=96	t=120	t=144
1	Агрегований	35.1 %	51.6 %	51.8 %	37.8 %	32.0 %	30.2 %
	Адаптивний	32.7 %	39.7 %	35.0 %	19.5 %	7.3 %	1.0 %
2	Агрегований	39.0 %	55.7 %	52.9 %	42.6 %	37.9 %	36.2 %
	Адаптивний	17.5 %	55.7 %	29.7 %	19.3 %	17.5 %	15.5 %
3	Агрегований	36.2 %	52.6 %	51.8 %	33.3 %	23.6 %	18.5 %
	Адаптивний	26.5 %	37.7 %	42.4 %	31.3 %	10.9 %	7.9 %
4	Агрегований	47.3 %	66.4 %	51.5 %	35.7 %	25.5 %	20.8 %
	Адаптивний	8.6 %	24.6 %	34.9 %	35.2 %	25.5 %	4.1 %
5	Агрегований	39.5 %	56.1 %	52.7 %	42.3 %	37.7 %	36.0 %
	Адаптивний	17.7 %	56.1 %	38.1 %	14.1 %	5.1 %	0.1 %
6	Агрегований	39.5 %	56.0 %	49.2 %	30.7 %	22.9 %	18.2 %
	Адаптивний	39.5 %	48.5 %	40.9 %	12.7 %	4.8 %	1.1 %
7	Агрегований	40.4 %	56.8 %	48.8 %	32.0 %	23.5 %	19.9 %
	Адаптивний	40.4 %	56.8 %	17.6 %	15.4 %	8.8 %	4.8 %
8	Агрегований	39.9 %	56.4 %	48.9 %	30.3 %	22.8 %	17.6 %
	Адаптивний	39.9 %	31.4 %	41.6 %	43.6 %	22.4 %	17.5 %

Таблиця 2. Відносне звуження прогнозного інтервалу адаптивною моделлю.

№	Часовий інервал від початку експерименту (години)					
	t=24	t=48	t=72	t=96	t=120	t=144
1	1.07	1.30	1.48	1.94	4.38	30.20
2	2.23	1.00	1.78	2.21	2.17	2.34
3	1.37	1.40	1.22	1.06	2.17	2.34
4	5.50	2.70	1.48	1.01	1.00	5.07
5	2.23	1.00	1.38	3.00	7.39	360.00
6	1.00	1.15	1.20	2.42	4.77	16.55
7	1.00	1.00	2.77	2.08	2.67	4.15
8	1.00	1.80	1.18	0.69	1.02	1.01
max	5.50	2.70	2.77	3.00	7.39	360.00
min	1.00	1.00	1.18	0.69	1.00	1.01

Динаміка третьої реалізації в контрольній вибірці характеризується зміщенням спостережень вниз відносно середніх значень агрегату, що дозволило зменшити невизначеність адаптивного прогнозу на 37% вже напочатку процесу при $t = 24$ (табл. 2.3). Чергове спостереження в час $t = 48$ лежить поблизу середнього агрегату, що дозволило і надалі звужувати коридор до 40% відносно прогнозу без адаптації. Проте спостереження в час $t = 72$ пройшло вище за середнє агрегату, що дещо призупинило процес адаптивного звуження інтервалу невизначеності і коридор зменшився лише на 22% відносно моделі без адаптації. Подальші спостереження процесу в період

$t \in [72,144]$ дозволяють поступово зменшити інтервал невизначеності від 22% до двох разів відносно моделі без адаптації.

Четверта реалізація контрольної вибірки характеризується зміщенням спостережень вгору відносно середніх значень агрегату, що дозволило зменшити невизначеність адаптивного прогнозу до 8.6% проти 47.3% для прогнозу без адаптації, тобто коридор невизначеності зменшився в п'ять з половиною разів. Наступна динаміка процесу в період $t \in [96,120]$ відбувалася в околі найімовірнішої траєкторії, яка описується середніми значеннями агрегату, причому в проміжку між спостережуваним значенням та середнім агрегату не було знайдено проміжних точкових траєкторій в агрегаті, що не дозволяє зменшити інтервал невизначеності. В кінці процесу при $t = 144$ інтервал невизначеності зменшився в п'ять разів відносно прогнозу повного агрегату за рахунок відкидання нереалізовуваних траєкторій згідно процедури описаної в розділі 2.3.

Динаміка п'ятої реалізації в контрольній вибірці нагадує динаміку другої реалізації, а тому має схожі оцінки абсолютного і відносного звуження інтервалів невизначеності. (див. табл.2.2, 2.3).

Динаміка восьмої реалізації в контрольній вибірці має специфічний характер через те, що перше спостереження надійшло лише в час $t = 48$ і три спостереження в проміжку $t \in [48,96]$ виходять за межі прогнозного агрегату (див. рис. 6).

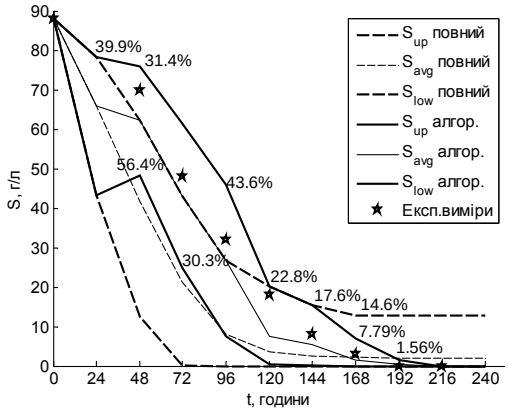

Рис. 6. Експеримент № 8 в табл. 1, 2.

На період цього виходу було побудовано додаткову оцінку, яка в час t=96 характеризується розширенням інтервалу невизначеності до 43.6%, тоді як цей інтервал для повного агрегату складає 30.3%. Проте оцінка з адаптацією включає експериментальне спостереження на відміну від оцінки без адаптації.

Підсумкові мінімальні та максимальні значення відносних звужень прогнозного інтервалу адаптивною моделлю наведені в табл. 2. Вони показують, що на початку процесу невизначеність прогнозу при застосуванні побудованої адаптивної моделі може зменшитися до п'яти з половиною разів. В період часу $t \in [48,96]$ максимальне звуження коридору досягає в середньому 2.82 рази відносно моделі без адаптації. Найсуттєвіше звуження спостерігається в кінці процесу при $t = 144$ за рахунок відкидання нереалізованих траєкторій агрегату. Ці результати свідчать про ефективність побудованої адаптивної нечіткої моделі при прогнозуванні траєкторій практично важливих технологічних процесів.

Подяки

Автор щиро дякує Микулинецькому ВАТ «Бровар» за надану базу експериментальних даних процесів броварного бродіння, що використовувалася в даному дослідженні.

Висновки

В статті розроблено математичну модель нечітких процесів в системах Моно-Ієрусалимського на основі агрегату точкових моделей. Описано принципи методу адаптації нечітких оцінок цієї моделі у міру нагромадження експериментальних спостережень динаміки процесу.

Для ідентифікації моделі використано базу експериментальних спостережень процесів броварного бродіння, яку було поділено на дві групи: навчальну (22 траєкторії) і контрольну (8 траєкторій) вибірки. Чисельні результати показують адекватність побудованої моделі при прогнозуванні динаміки траєкторій контрольної вибірки.

Запропонована нечітка модель та метод її адаптивного уточнення дозволяє враховувати невизначеність в динаміці практично важливих технологічних процесів.

Література

1. Andrés-Toro B., Girón-Sierra J. M., Fernández-Blanco P., López-Orozco J. A., Besada-Portas E. Multiobjective optimization and multivariable control of the beer fermentation process with the use of evolutionary algorithms. // Zhejiang University Science 5(4). – P. 378–389.
2. Blanco Marcelo, Peinado A. C., Mas J. Monitoring alcoholic fermentation by joint use of soft and hard modelling methods. // Analytica Chimica Acta. – Vol. 556. – Iss. 2. – 2006. – P. 364-373.
3. Ляшенко И. Н., Ляшенко Е. И. Оптимальное управление в кинетической системе Моно-Иерусалимского. // Обчислювальна та прикладна математика. – вип.. 80. – 1996. – С. 47-58.
4. Дворецкий Д. С., Дворецкий С. И., Муратова Е. И., Ермаков А. А. Компьютерное моделирование биотехнологических процессов и систем. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. – 80 с.
5. Luong J. H. T. Kinetics of ethanol inhibition in alcohol fermentation. // Biotechnology and Bioengineering. – Vol. 27. – Iss. 3. – 1985. – P. 280-285.
6. Trelea I. C., Landaud S., Latrille E., Corrieu G. Prediction of Confidence Limits for Diacetyl Concentration During Beer Fermentation. // Journal of the American Society of Brewing Chemists 59 (2). – 2002. – P. 77-87.
7. Kobayashi M., Hiroshima T., Nagahisa K., Shimizu H., Shioya S. On-Line Estimation and Control of Apparent Extract Concentration in Low-Malt Beer Fermentation. // J. Institute of Brewing 111 (2). – 2005. – P. 128-136.
8. Pasichnyk R., Pigovsky Y. Modeling Dynamics of Microorganisms Systems under Uncertainty. // Proceedings of the IXth International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: CADSM 2007”. – 2007. – P. 115–119.
9. Пасічник Р. М., Піговський Ю. Р. Адаптивна модель динаміки систем мікроорганізмів в умовах невизначеності. // Науковий журнал “Вісник Хмельницького національного університету”. Том 1. Технічні науки 2.2007. – С. 36–40.